

***Mavzu:* Tekislik va uni chizmada berilishi.
Umumiy va xususiy vaziyatdagi tekisliklar. Nuqta
va to‘g‘ri chiziqning tekislikka tegishliligi.**

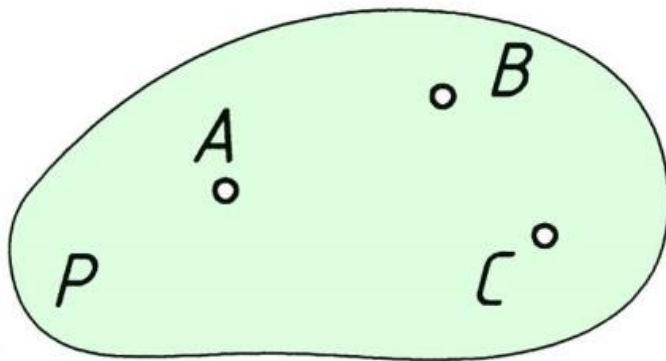
- 1. Tekisliklar va ularni chizmalarda berilishi;**
- 2. Umumiy va xususiy vaziyatdagi tekisliklar;**
- 3. Nuqta va to‘g‘ri chiziqni tekislikka tegishliligi.**

Tekislik va uni chizmada berilishi.

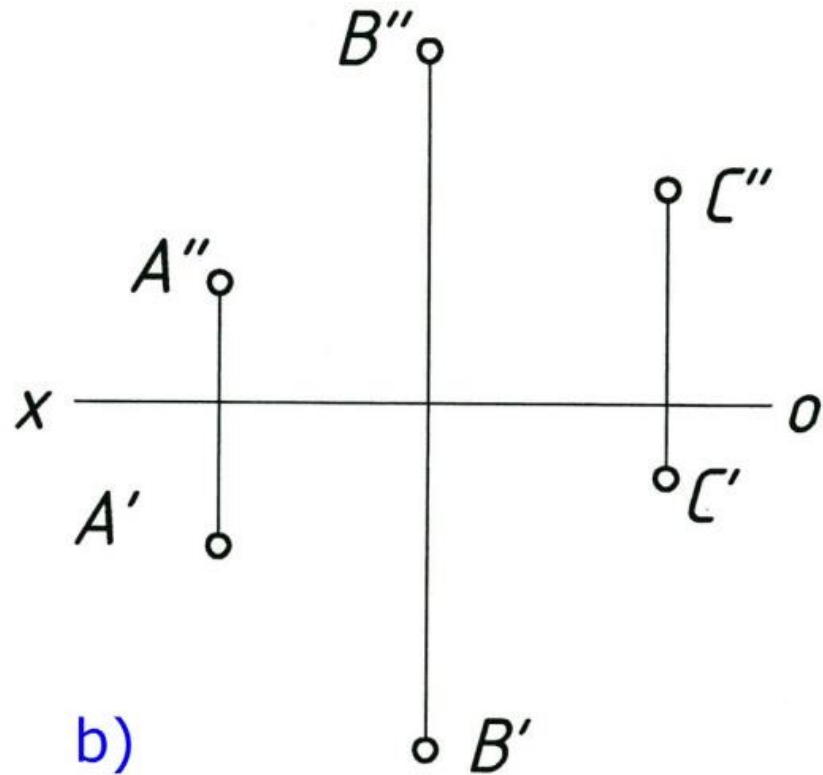
Tekislik cheksiz nuqtalar to'plamidan iborat bo'lib, birinchi darajali sirtdir. Matematika fanidan bizga ma'lumki, fazoda joylashgan tekislikning vaziyatini aniqlash uchun uning uchta nuqtasini ifodalash zarur bo'ladi. Shundan kelib chiqqan holda chizma geometriya fanida tekislikka tegishli bo'lgan uchta nuqtaning proyeksiyalarini berish zarur bo'ladi va uni chizmalarda olti xil ko'rinishlarda tasvirlash mumkin:

1. Bitta to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqtaning proyeksiyalari orqali tekislik beriladi. $P(A, B, C)$.

1 – chizma. 1-a, chizma fazoviy tasvir, 1-b, chizma epyur.



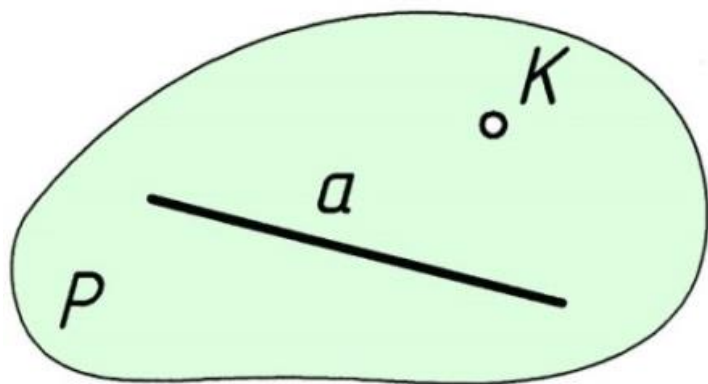
a)



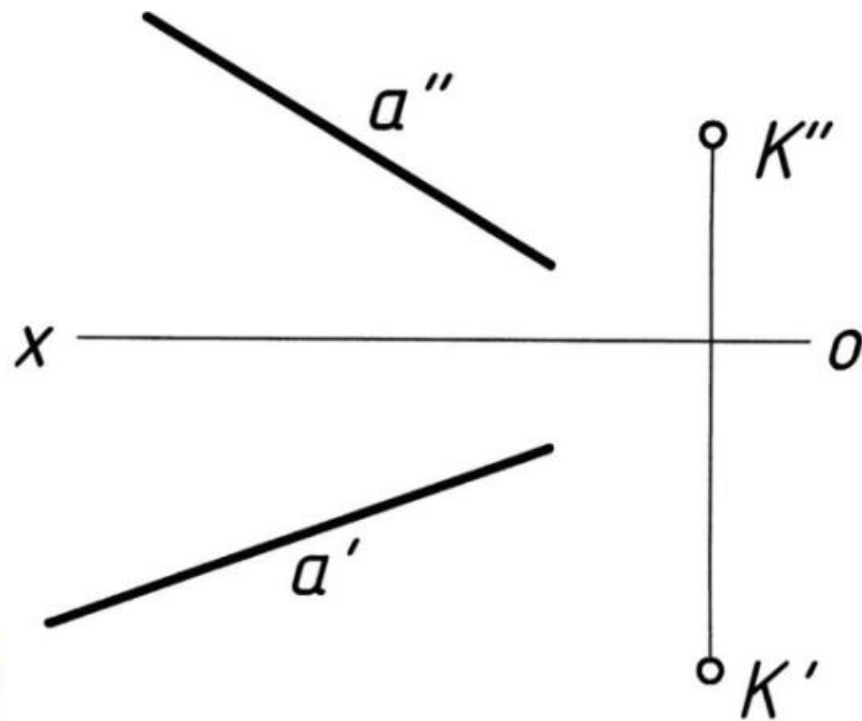
b)

1–chizma.

2. Bitta to'g'ri chiziq va unda yotmagan nuqtaning proyeksiyalari bilan beriladi. $P(a, K)$.



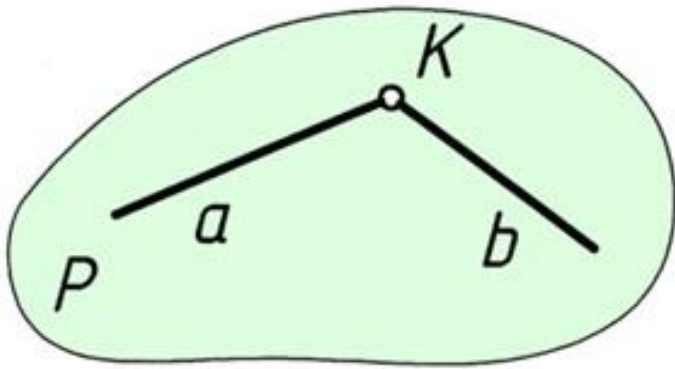
a)



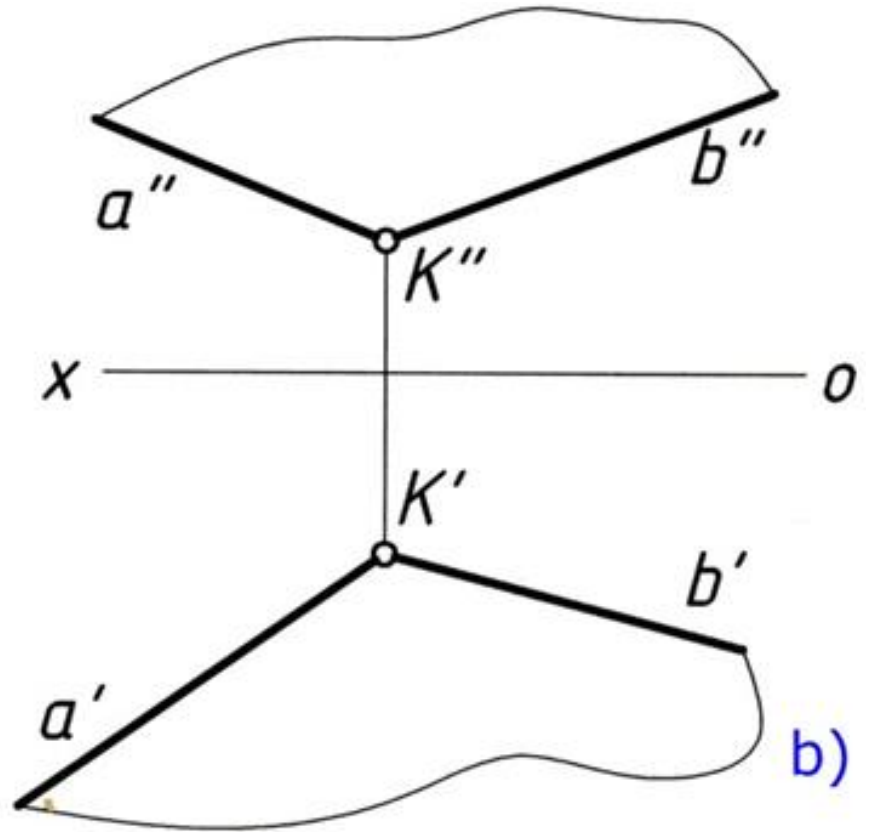
b)

3.

O‘zarokesisuvchi kito‘g‘richiziqning proyeksiyalar bilan beriladi. $P(a \cap b)$.

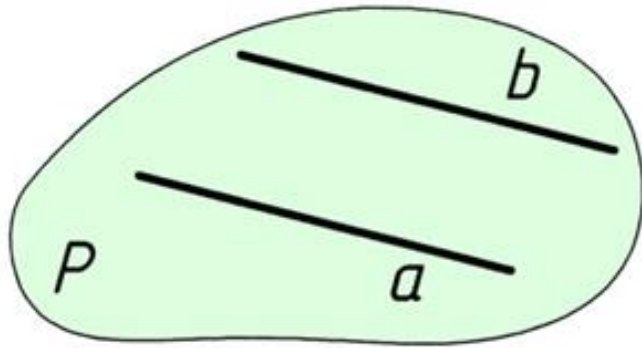


a)

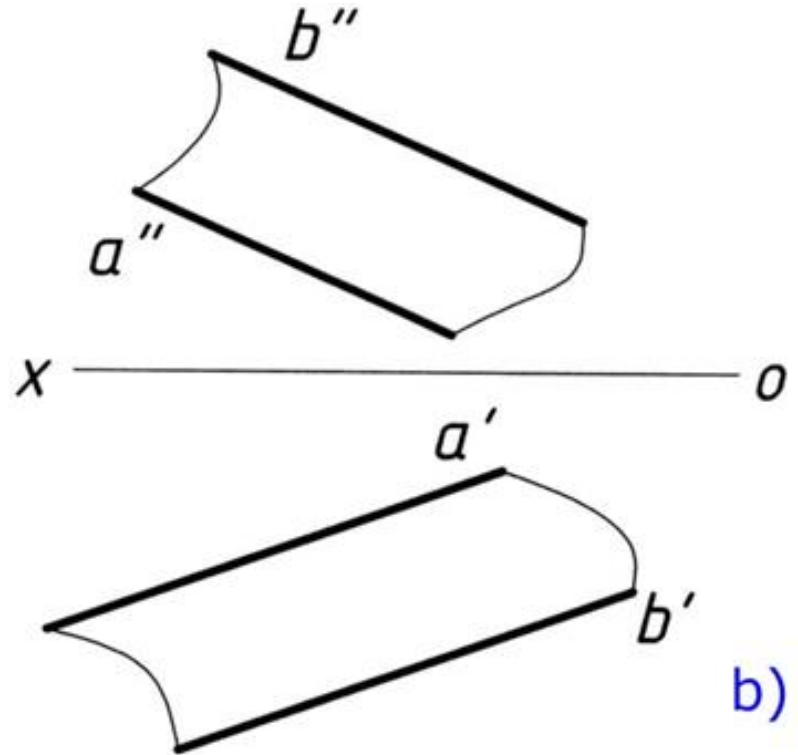


b)

4. O‘zaroparallel ikkito‘g‘richiziqning proyeksiyalaribilan beriladi. $P(a||b)$.

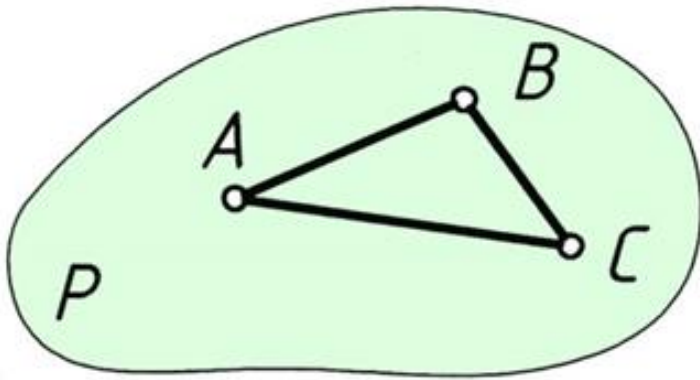


a)

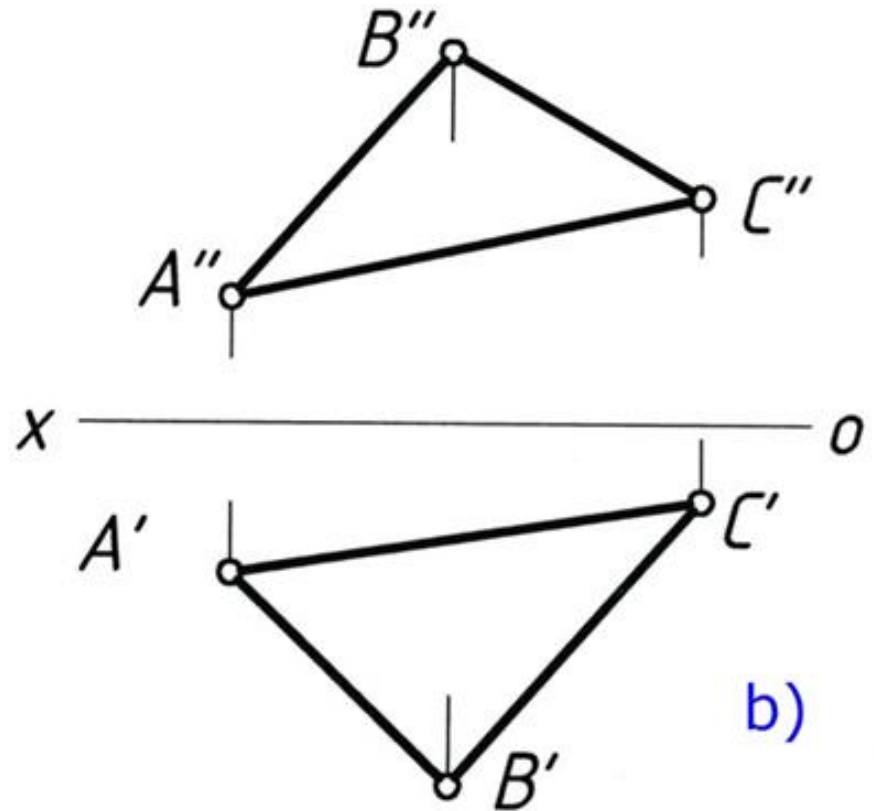


b)

5. Tekis geometrik shakllar orqali masalan, uchburchak, to'rtburchak va shu kabi boshqa tekis shakllar bilan beriladi. $P(\triangle ABC)$.

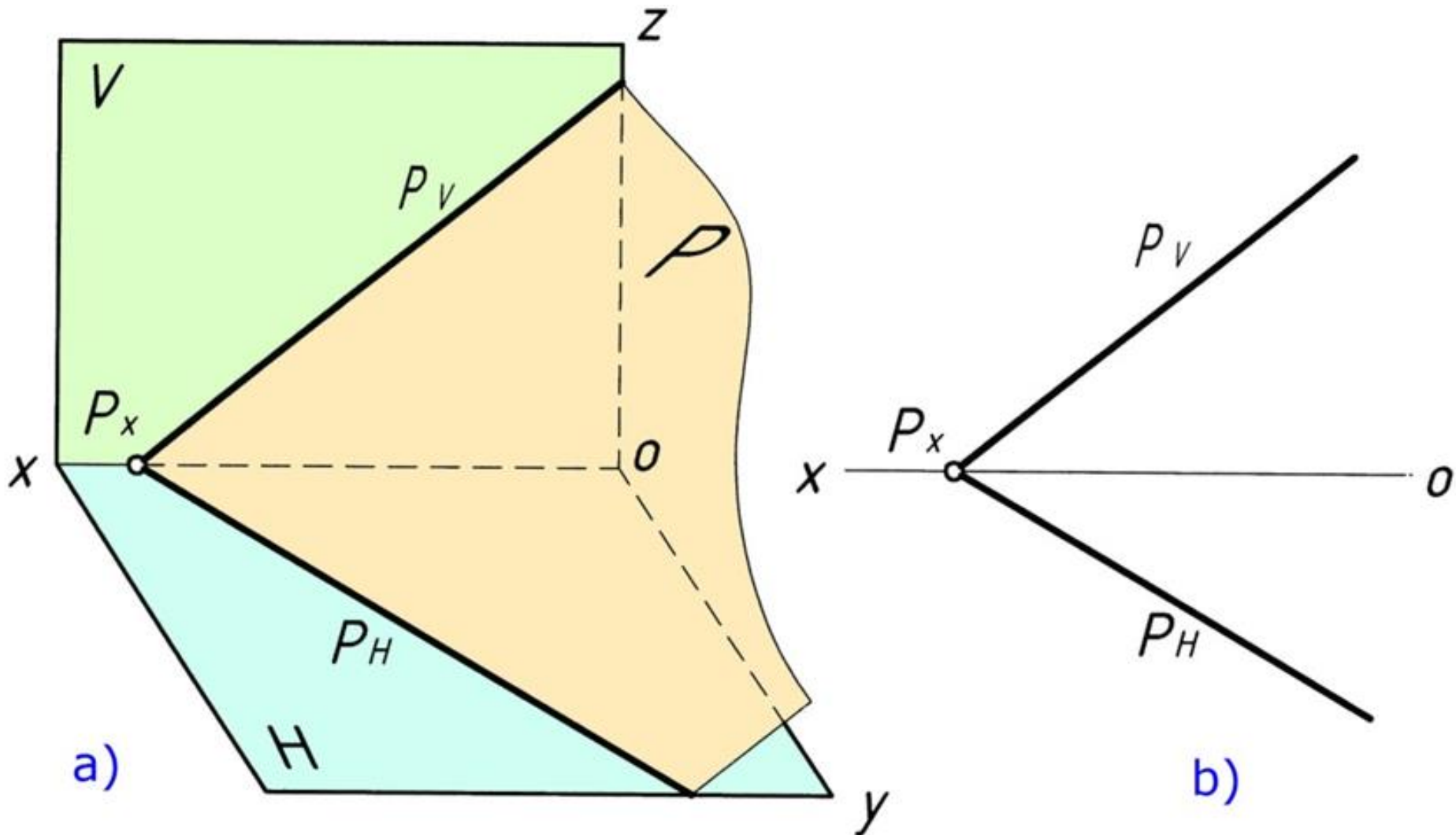


a)

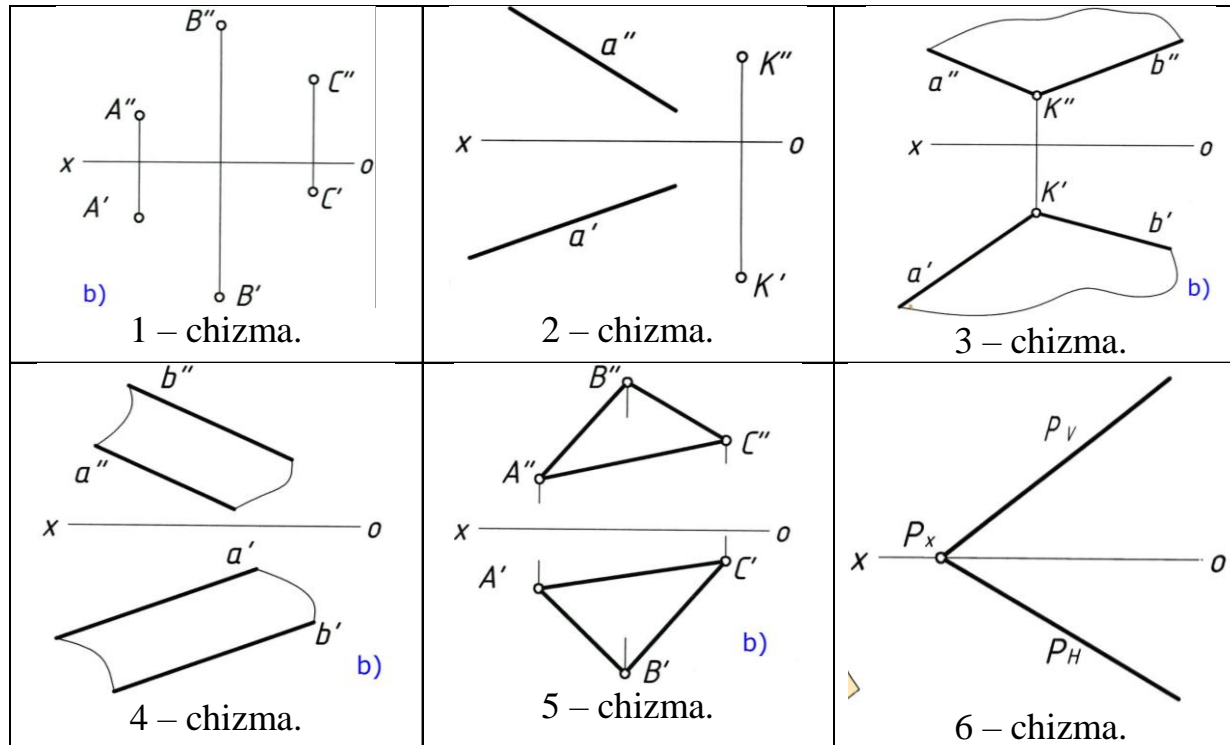


b)

6. Tekislik izlari orqali beriladi. $P(P_H, P_V)$.



TEST savollari



1. Qaysi chizmada tekislik izlari bilan berilgan?
2. Qaysi chizmada tekislik uchta nuqtalarning proyeksiyalari bilan berilgan?
3. Qaysi chizmada tekislik ikki parallel chiziqlar yordamida berilgan?
4. Qaysi chizmada tekislik geometric shakl yordamida berilgan?
5. Qaysi chizmada tekislik ikki kesishuvchi chiziq bilan berilgan?
6. Qaysi chizmada tekislik to‘g‘ri chiziq va unda yotmagan nuqta orqali berilgan?

2. Umumiy va xususiy vaziyatdagi tekisliklar.

Tekisliklar H , V va W tekisliklarga nisbatan ikki xil vaziyatda joylashgan bo'lishi mumkin. 1 – umumiy va 2 – xususiy vaziyatda.

Ta'rif. Agar tekislik H, V, W tekisliklarning barchasiga og'ib o'tkir burchak hosil qilsa, u holda ushbu tekislik *umumiy vaziyatdagi tekislik* deb yuritiladi.

Yuqoridagi chizmalarning barchasi umumiy vaziyatda berilgan. Tekislikning proyeksiyalar tekisliklariga og'ish burchak kattaliklari 7 – ma'ruzada batafsil bayon etiladi.

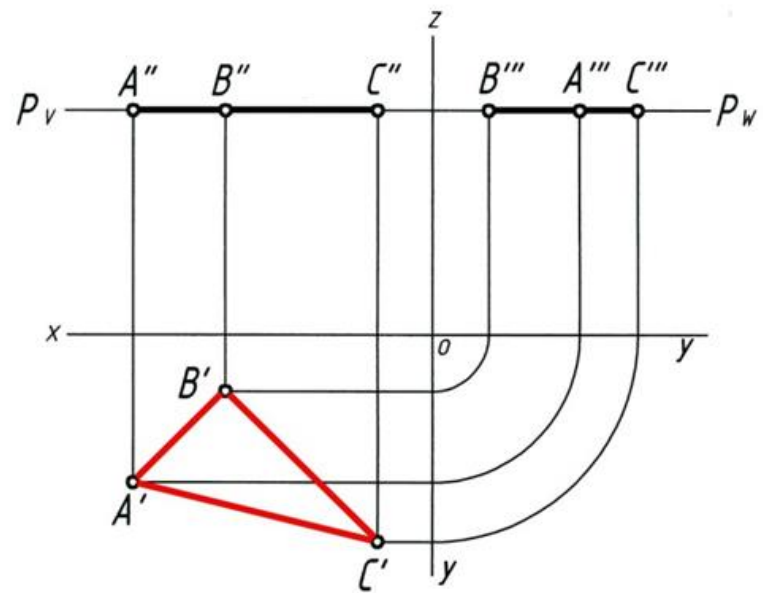
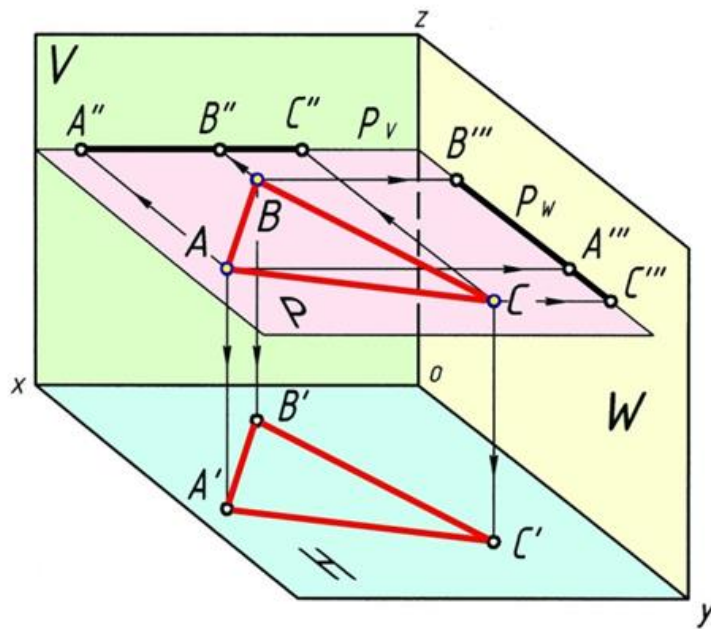
Xususiy vaziyatda joylashgan tekisliklar.

Ta'rif. Agar tekislik H, V, W tekisliklaridan biriga parallel yoki perpendikulyar joylashsa, ushbu tekislik *xususiy vaziyatdagi tekislik* deb yuritiladi.

H, V va W tekisliklarga parallel joylashgan tekisliklar.

H tekislikka parallel joylashgan tekislik.

Ta'rif. Agar tekislik H – gorizontal proyeksiyalar tekisligiga parallel joylashgan bo'lsa, ushbu tekislik *gorizontal tekislik* deb yuritiladi. $P(\triangle ABC) \parallel H$.

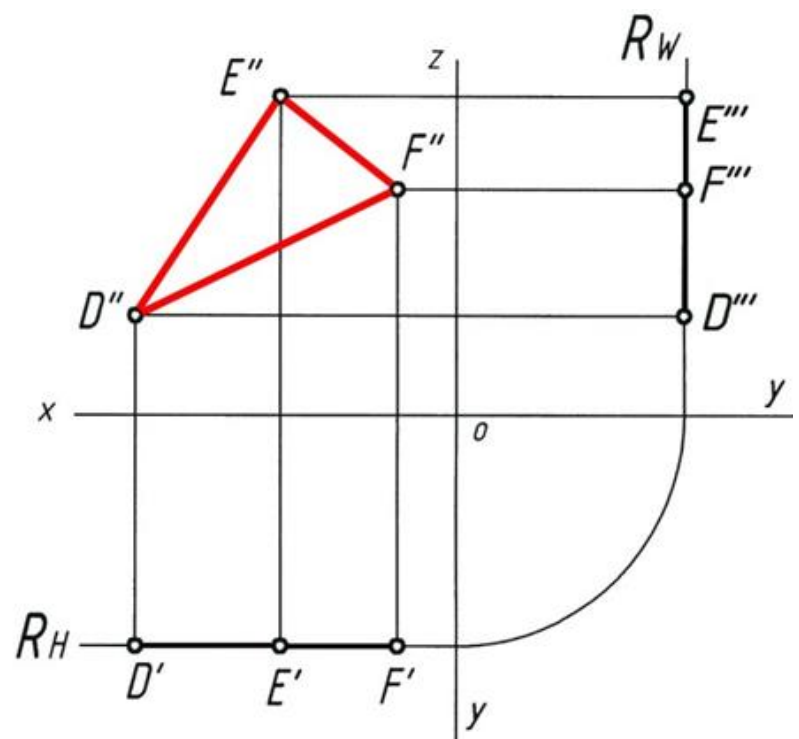
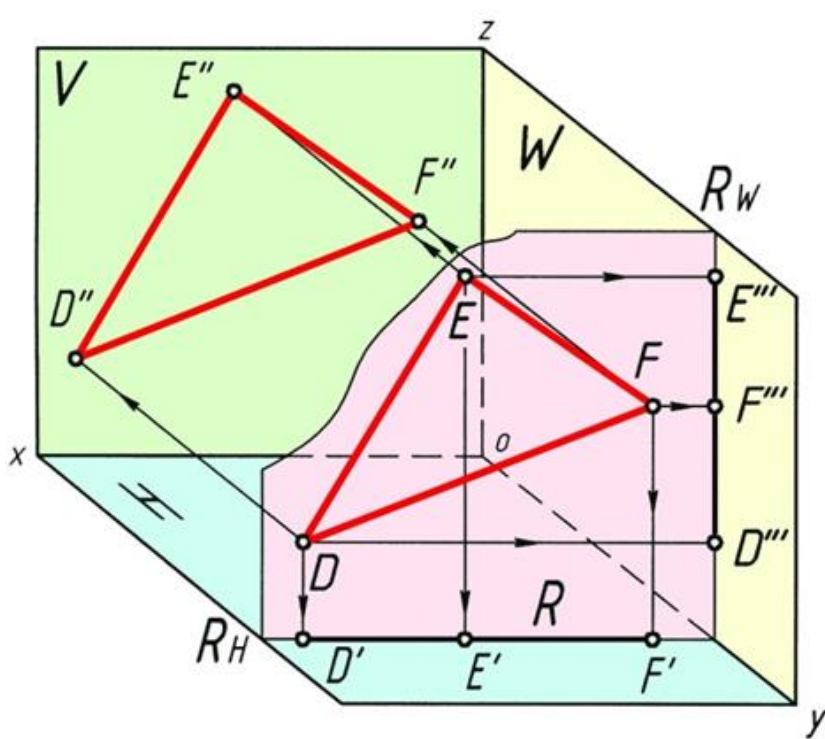


$P(\triangle ABC) \parallel H$ - gorizontalkislik quyidagi xususiyatlarga ega:

- Ushburchak ABC tekislik H tekislikka parallel joylashganligi uchun $A'B'C'$ gorizontalkislikning z o'qiga perpendikulyar bo'lganligi bilan proyeksiyalanadi va $\angle \alpha = 0^\circ$ bo'ladi;
- Ushburchak ABC tekislik V va W tekisliklarga perpendikulyar joylashganligi uchun, uning $\angle \beta = \angle \gamma = 90^\circ$ bo'ladi;
- Ushburchak ABC tekislikning $A''B''C''$ frontal proyeksiyasi $[ox)$ o'qqa parallel bo'lgan bir to'g'ri chiziqda proyeksiyalanadi hamda ushbu chiziq orqali uning P_V frontal izi o'tadi;
- Ushburchak ABC tekislikning $A'''B'''C'''$ profil proyeksiyasi $[oy)$ o'qqa parallel bo'lgan bir to'g'ri chiziqda proyeksiyalanadi hamda ushbu chiziq orqali uning P_W profil izi o'tadi;

1.2. V tekislikka parallel joylashgan tekislik.

Ta'rif. Agar tekislik V – frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel joylashgan bo'lsa, ushbu tekislik *frontal tekislik* deb yuritiladi. $P(\triangle ABC) \parallel V$.

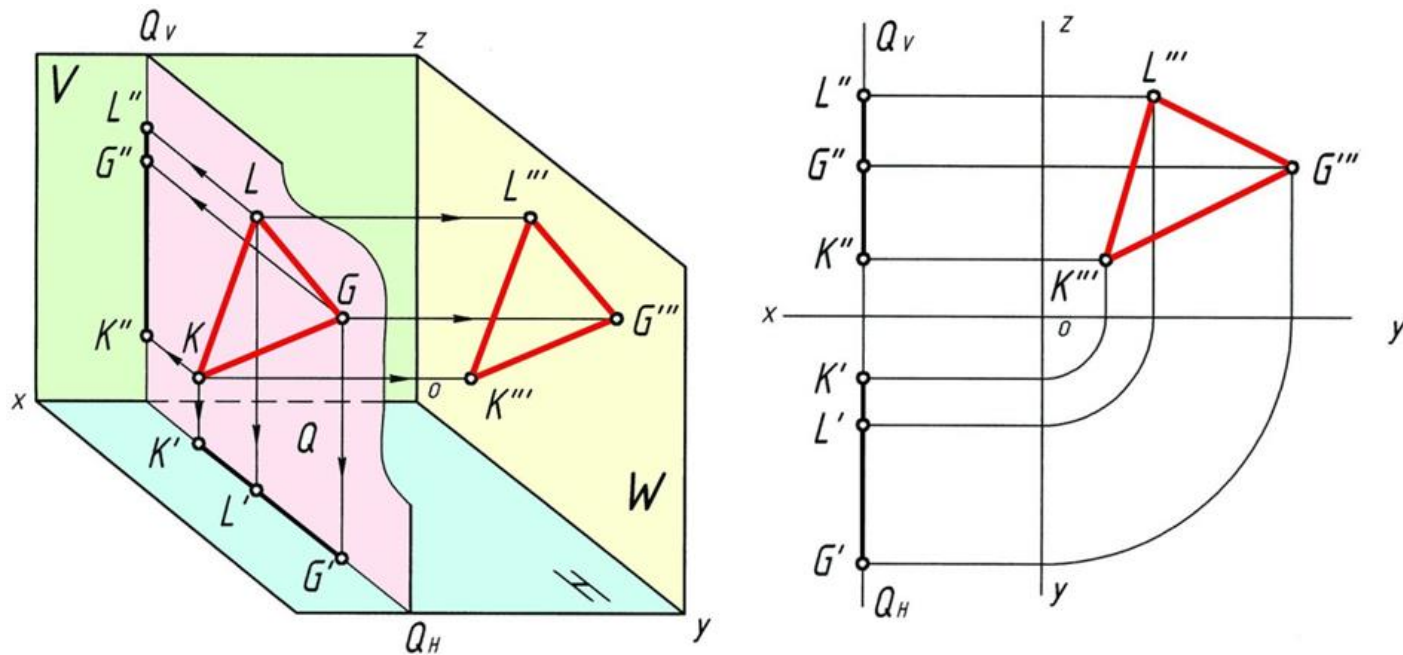


$R(\triangle DEF) \parallel V$ - frontal tekislik quyidagi xususiyatlarga ega:

- Ushburchak DEF tekislik V tekislikka parallel joylashganligi uchun $D''E''F''$ frontal proyeksiyasining haqiqiy kattaligi bilan proyeksiyalanadigan $\angle \beta = 0^\circ$ bo'ladi;
- Ushburchak DEF tekislik H va W tekisliklarga perpendikulyar joylashganligi uchun, uning $\angle \alpha = \angle \gamma = 90^\circ$ bo'ladi;
- Ushburchak DEF tekislikning $D'E'F'$ gorizontal proyeksiyasi [ox) o'qqa parallel bo'lgan bir to'g'richi ziqda proyeksiyalanadi hamda ushbu chiziq orqali uning R_H gorizontal izo'tadi;
- Ushburchak DEF tekislikning $D'''E'''F'''$ profil proyeksiyasi [oz) o'qqa parallel bo'lgan bir to'g'richi ziqda proyeksiyalanadi hamda ushbu chiziq orqali uning R_W profil izo'tadi;

1.3. W tekislikka parallel joylashgan tekislik.

Ta'rif. Agar tekislik W — profilproyeksiyalartekisligiga parallel joylashgan bo'lsa, ushbu tekislik *profiltekislik* deb yuritiladi. $P(\triangle ABC) \parallel W$.



$Q(\triangle KLG) \parallel W$ - profiltekislik quyidagi xususiyatlarga ega:

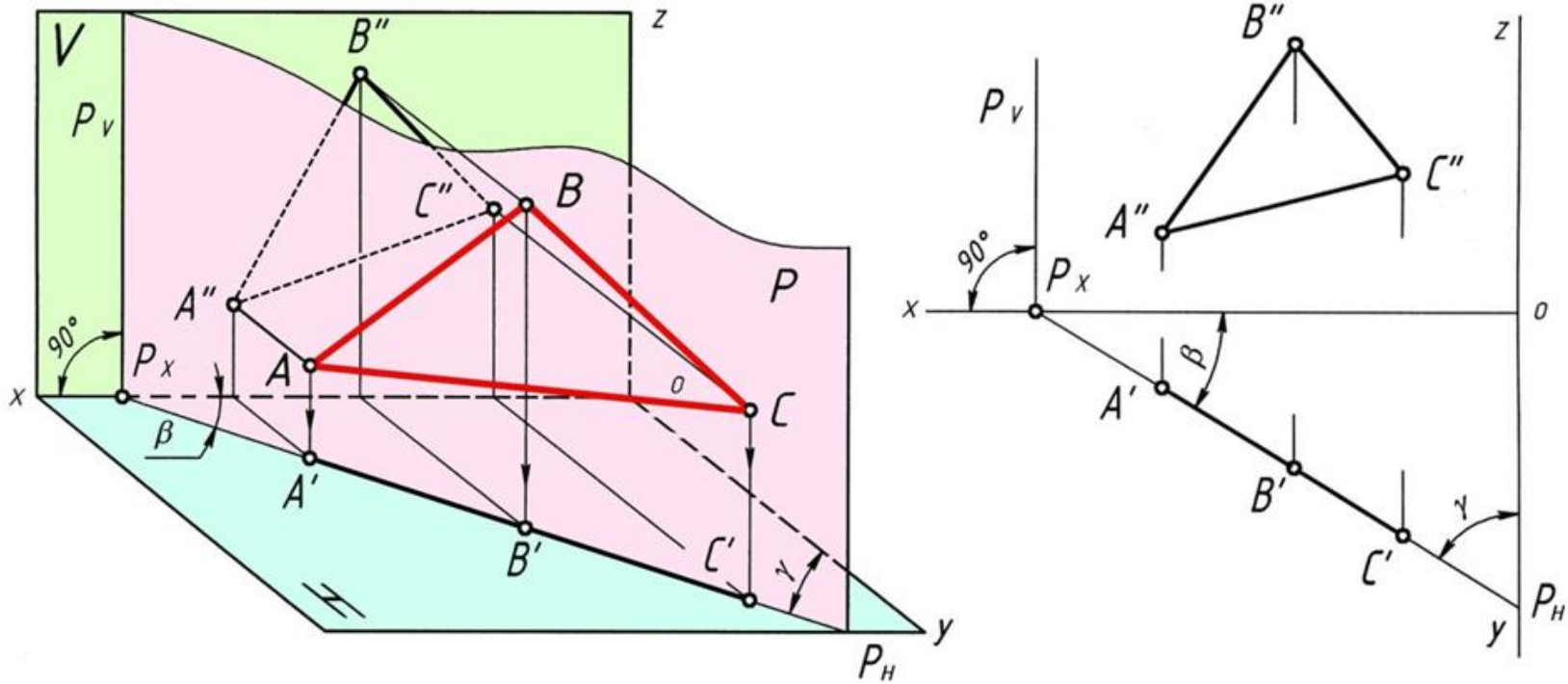
- Ushburchak KLG tekislik W tekislikka parallel joylashganligi uchun $K'''L'''G'''$ profil proyeksiyasi z o'qining haqiqiy kattaligi bilan proyeksiyalanadi va $\angle \gamma = 0^\circ$ bo'ladi;
- Ushburchak KLG tekislik H va V tekisliklarga perpendikulyar joylashganligi uchun, uning $\angle \alpha = \angle \beta = 90^\circ$ bo'ladi;
- Ushburchak KLG tekislikning $K'L'G'$ gorizontal proyeksiyasi $[oy)$ o'qqa parallel bo'lgan bir to'g'ri chiziqda proyeksiyalanadi hamda ushbu chiziq orqali uning R_H gorizontal izi o'tadi;
- Ushburchak KLG tekislikning $K''L''G''$ frontal proyeksiyasi $[oz)$ o'qqa parallel bo'lgan bir to'g'ri chiziqda proyeksiyalanadi hamda ushbu chiziq orqali uning R_V frontal izi o'tadi;

2. H, V va W tekisliklarga perpendikulyar joylashgan tekisliklar. Proyeksiyalovchi tekisliklar.

Ta'rif. Agar tekislik H, V va W tekisliklaridan biriga perpendikulyar joylashgan bo'lsa, ushbu tekislik ***proyeksiyalovchi tekislik*** deyiladi.

2.1. H tekislikka perpendikulyar joylashgan tekislik.

Ta'rif. Agar tekislik H tekislikka perpendikulyar joylashgan bo'lsa, ushbu tekislik *gorizontal proyeksiyalovchi tekislik* deb yuritiladi.



$P(\triangle ABC) \perp H$ – gorizontal proyeksiyalovchitekislik quyidagi xususiyatlarga ega:

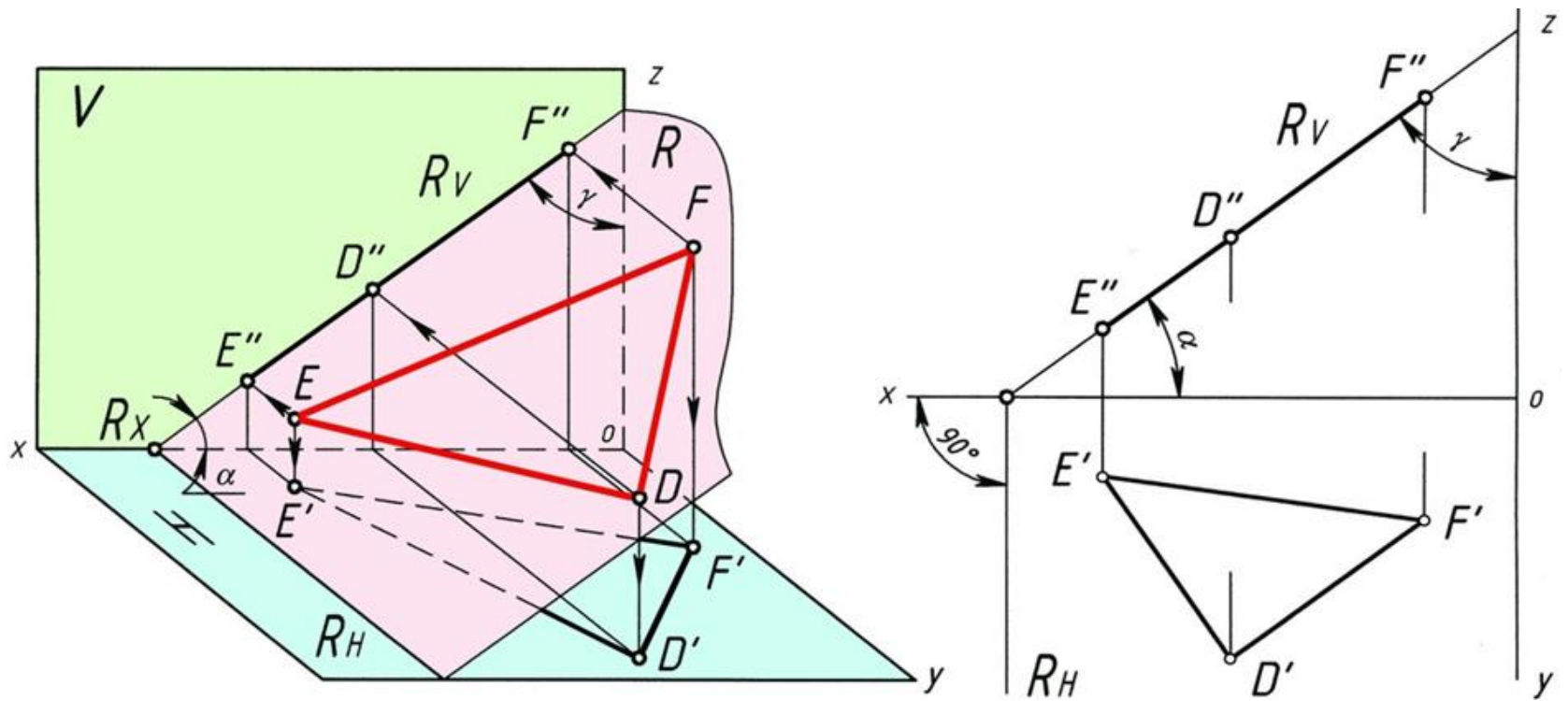
- a) Uchburchak ABC tekislik H tekislikkaperpendikulyar joylashganligi uchun, uning $A'B'C'$ gorizontal proyeksiyasibir to'g'richiziqdaproeksiyalanadivaushbuchiziqorqalimazkur tekislikning P_H gorizontal izo'tadi. P_V frontal iziesa $[ox)$ o'qqaperpendikulyar proyeksiyalanadi.

$$P(ABC) \perp H \Rightarrow A'B'C' \in P_H \text{ va } P_V \perp [ox). \quad \angle \alpha = 90^\circ.$$

- a) Uchburchak ABC tekislik V va W tekisliklarga o'g'ibo'tkir burchak nitashkil qiladi. $ABC \wedge V = \angle \beta < 90^\circ$ va $ABC \wedge W = \angle \gamma < 90^\circ$. Ushbu burchaklar haqiqiy kattalik kateng. 14 – chizma.
- b) Uchburchak ABC tekislikning barcha proyeksiyalarini haqiqiy kattalik kateng emas.

2.2. V tekislikka perpendikulyar joylashgan tekislik.

Ta'rif. Agar tekislik V tekislikka perpendikulyar joylashgan bo'lsa, ushbu tekislik *frontal proyeksiyalovchi tekislik* deb yuritiladi.

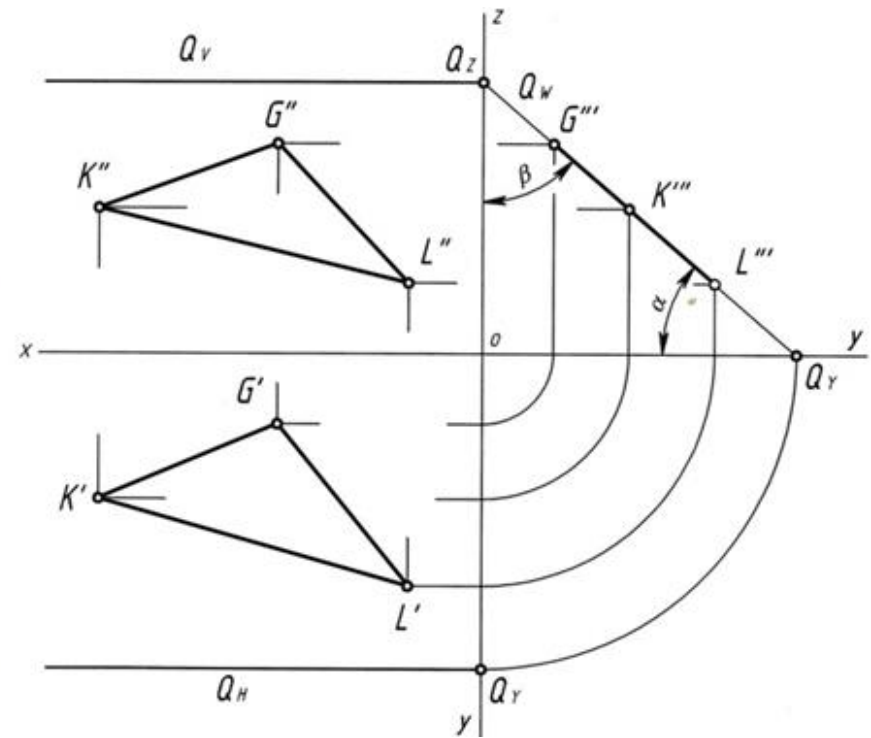
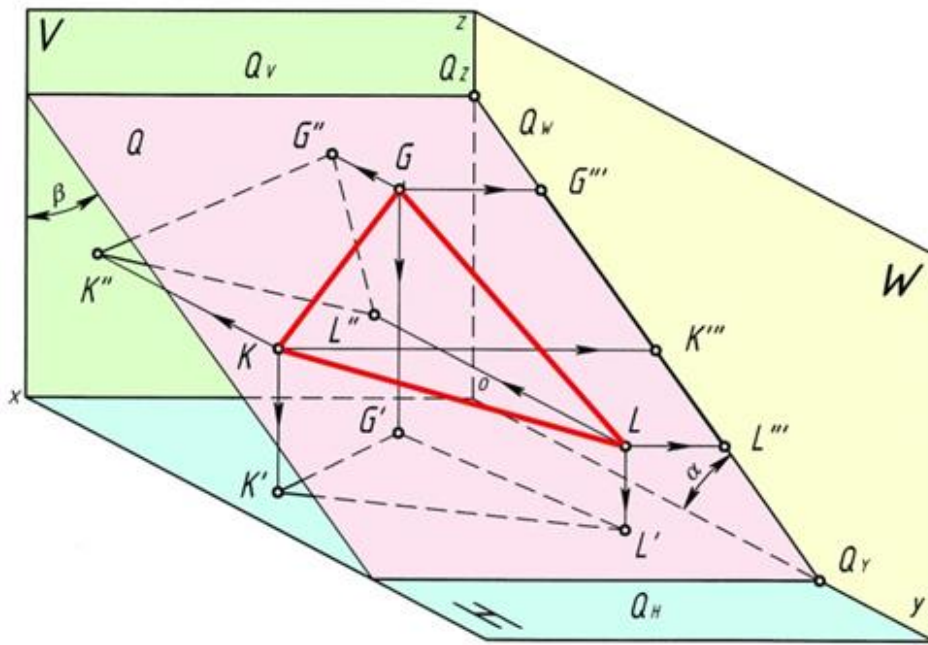


$R(\triangle DEF) \perp V$ – frontal proyeksiyalovchitekislik quyidagixususiyatlargaega:

- a) Uchburchak DEF tekislik V tekislikkaperpendikulyarjoylashganligiuchun, uning $D''E''F''$ frontal proyeksiyasibirto‘g‘richiziqdaproyeksiyalanadivaushbuchiziqorqalimazkurtekislikning R_V frontal izio‘tadi. R_H gorizontaliziesa $[ox]$ o‘qqaperpendikulyarproyeksiyalanadi.
 $R(DEF) \perp V \Rightarrow D''E''F'' \in R_V$ va $R_H \perp [ox]$. $\angle \beta = 90^\circ$.
- a) Uchburchak DEF tekislik H va W tekisliklargaog‘ibo‘tkirburchaknitashkilqiladi. $DEF \wedge H = \angle \alpha < 90^\circ$ va $DEF \wedge W = \angle \gamma < 90^\circ$. Ushbuburchaklarhaqiqiykattalikkateng.
- b) Uchburchak DEF tekislikningbarchaproeksiyalarihqiqiykattalikkatengemas.

2.3. W tekislikka perpendikulyar joylashgan tekislik.

Ta'rif. Agar tekislik W tekislikka perpendikulyar joylashgan bo'lsa, ushbu tekislik *profil proyeksiyalovchi tekislik* deb yuritiladi.



$Q(\triangle KLG) \perp W$ – profilproyeksiyalovchitekislik quyidagixususiyatlarga ega:

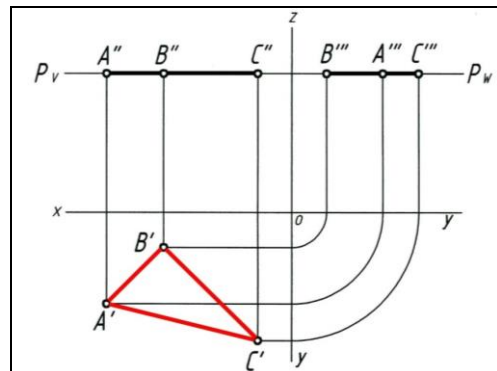
- a) Uchburchak KLG tekislik W tekislikkaperpendikulyar joylashganligi uchun, uning $K''L''G''$

profilproyeksiyasibirto'g'richiziqdaproyeksiyalanadivaushbuchiziqorqalimazkurtekislikning R_W profiliziotadi. Q_H gorizontalva Q_V frontal izlariesa $[ox)$ o'qqa parallel proyeksiyalanadi.

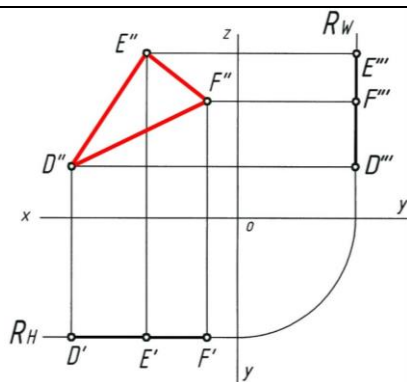
$$Q(KLG) \perp W \Rightarrow K'''L'''G''' \in Q_W; Q_H \parallel [ox) \text{ va } Q_V \parallel [ox). \angle \gamma = 90^\circ.$$

- a) Uchburchak KLG tekislik H va V tekisliklargaog'ibo'tkirburchaknitashkilqiladi. $KLG \wedge H = \angle \alpha < 90^\circ$ va $KLG \wedge V = \angle \beta < 90^\circ$. Ushbuburchaklarhaqiqiykattalikkateng.
- b) Uchburchak KLG tekislikningbarchaproeksiyalarihaqiqiykattalikkatengemas.

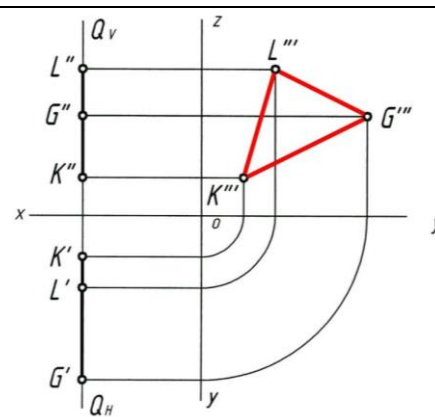
TEST savollari



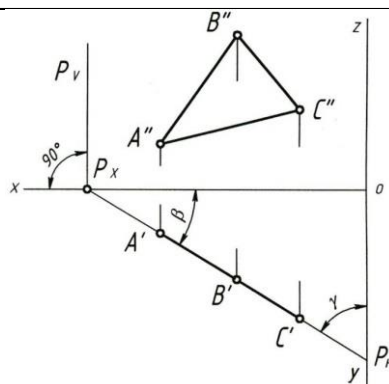
1 – chizma.



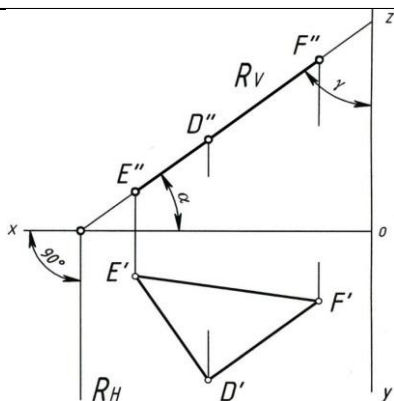
2 – chizma.



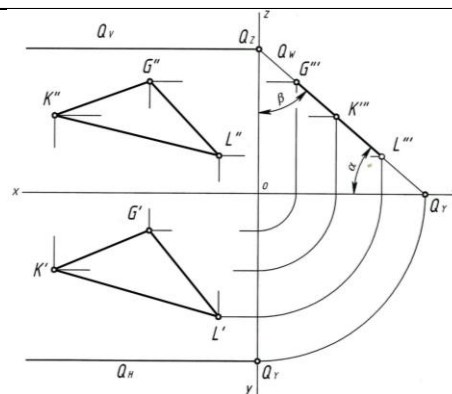
3 – chizma.



4 – chizma.



5 – chizma.



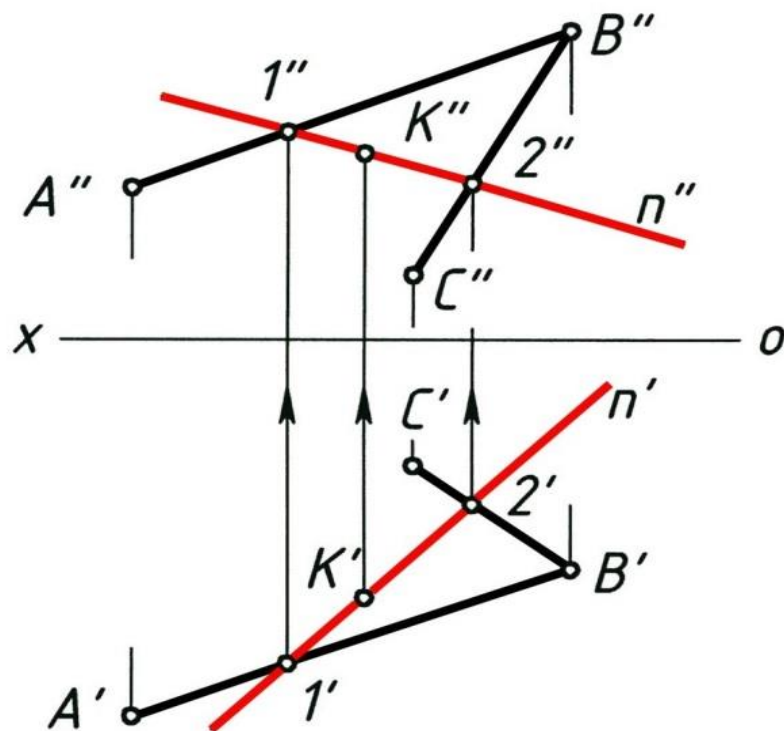
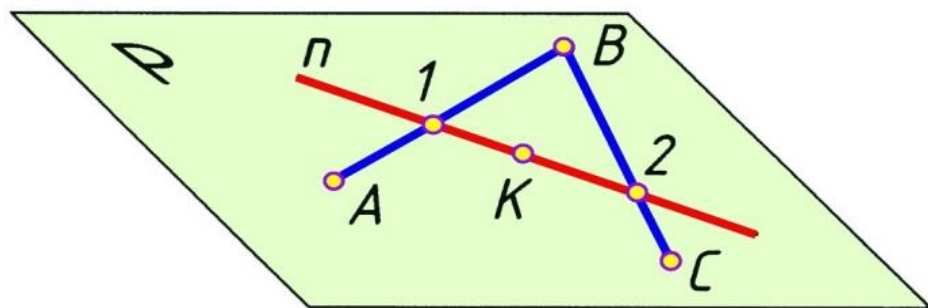
6 – chizma.

1. Qaysi chizmada profil tekislik berilgan?
2. Qaysi chizmada profil proyeksiyalovchi tekislik berilgan?
3. Qaysi chizmada gorizont tekislik berilgan?
4. Qaysi chizmada gorizont proyeksiyalovchi tekislik berilgan?
5. Qaysi chizmada frontal tekislik berilgan?
6. Qaysi chizmada frontal proyeksiyalovchi tekislik berilgan?

3. Nuqta va to'g'ri chiziqni tekislikka tegishliligi.

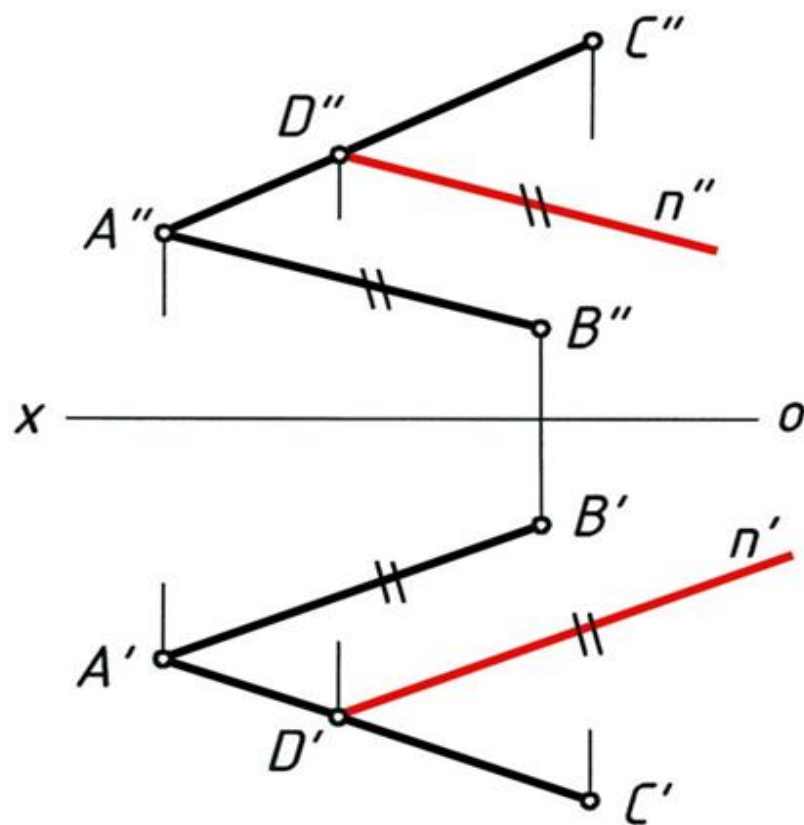
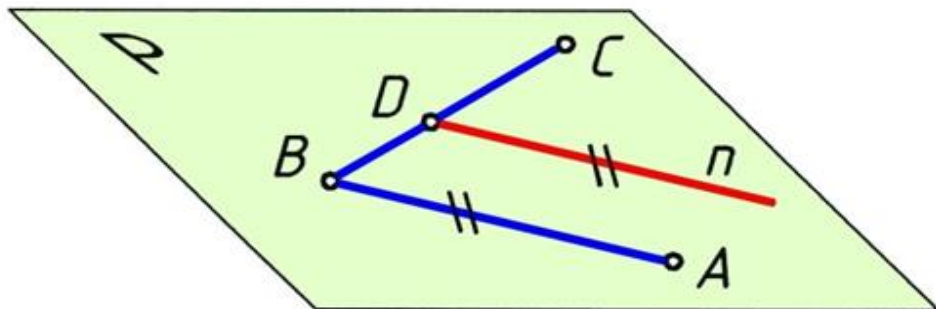
Ko'p hollarda tekislikka tegishli bo'lgan nuqta yoki to'g'ri chiziqni tanlashga to'g'ri keladi. Agar tekislikka tegishli bo'lgan nuqtani tanlab, so'ng, uni mazkur tekislikka tegishli ekanligini isbotlash uchun, ushbu nuqta orqali albatta tekislikda yotuvchi bitta to'g'ri chiziq o'tkazish zarur bo'ladi. Bunday holda ushbu nuqta orqali tekislikda yotuvchi cheksiz to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin. Bundan quyidagi ta'rif kelib chiqadi.

Tarif. Tekislikda yotuvchi nuqtaning yetishmagan proyeksiyasini aniqlash uchun, ushbu nuqta orqali biror-bir ixtiyoriy to'g'ri chiziq o'tkazib aniqlanadi.



Tekislikka tegishli bo'lgan to'g'ri chiziqni isbotlash uchun, ushbu to'g'ri chiziqni tekislikka tegishli bo'lgan ikki nuqtasini aniqlash kerak bo'ladi.

Agar, to'g'ri chiziq tekislikning bir nuqtasi orqali o'tib uning biror-bir to'g'ri chizig'ga parallel bo'lsa, ushbu chiziq tekislikka ham tegishli bo'ladi.



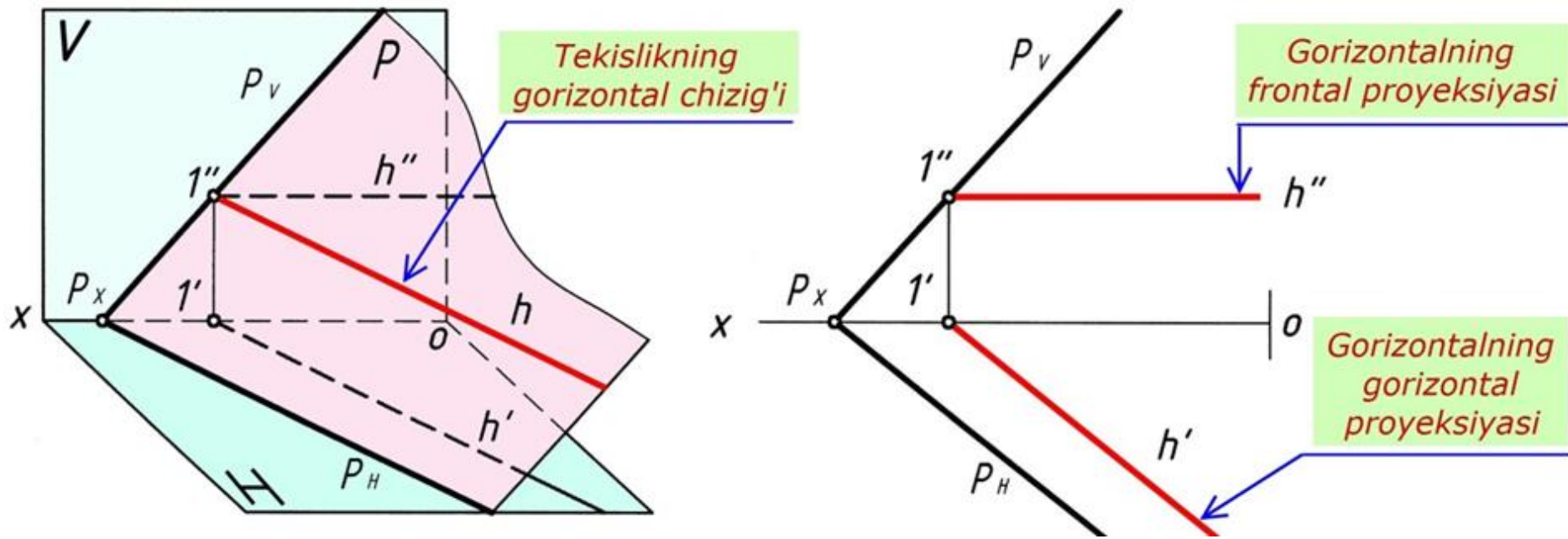
1. Tekislikning bosh chiziqlari.

Ta'rif. Tekislikda yotuvchi $h(h',h'')$ – gorizontal, $f(f',f'')$ – frontal va $p(p',p'',p''')$ – profil chiziq'larga *tekislikning bosh chiziqlari* deyiladi.

Ko'p hollarda tekislikka perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq yoki tekislik o'tkazishga to'g'ri keladi. Bunday hollarda tekislikning $h(h',h'')$ – *gorizontal* va $f(f',f'')$ – *frontal* chiziq'larga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq yoki tekislik o'tkaziladi.

1.1. Tekislikning $h(h',h'')$ – gorizontal chizig'i.

Ta'rif. Agar to'g'ri chiziq tekislikka tegishli bo'lib, hamda H tekislikka parallel joylashgan bo'lsa, ushbu chiziq *tekislikning $h(h',h'')$ – gorizontal chizig'i* deyiladi.



Tekislikning $h(h',h'')$ – gorizontaal chizig‘i quyidagi xususiyatlarga ega:

- a) Tekislikning $h(h',h'')$ – gorizontaal chizig‘i tekislikka tegishli bo‘lib, H tekislikka parallel joylashgan bo‘ladi.

$$h(h',h'') \in P(P_H, P_V) \text{ va } h(h',h'') \parallel H;$$

- b) Epyurda $h(h',h'')$ – gorizontaal chiziqning h'' – gorizontaling frontal proyeksiyasi [ox] o‘qqa parallel bo‘ladi.

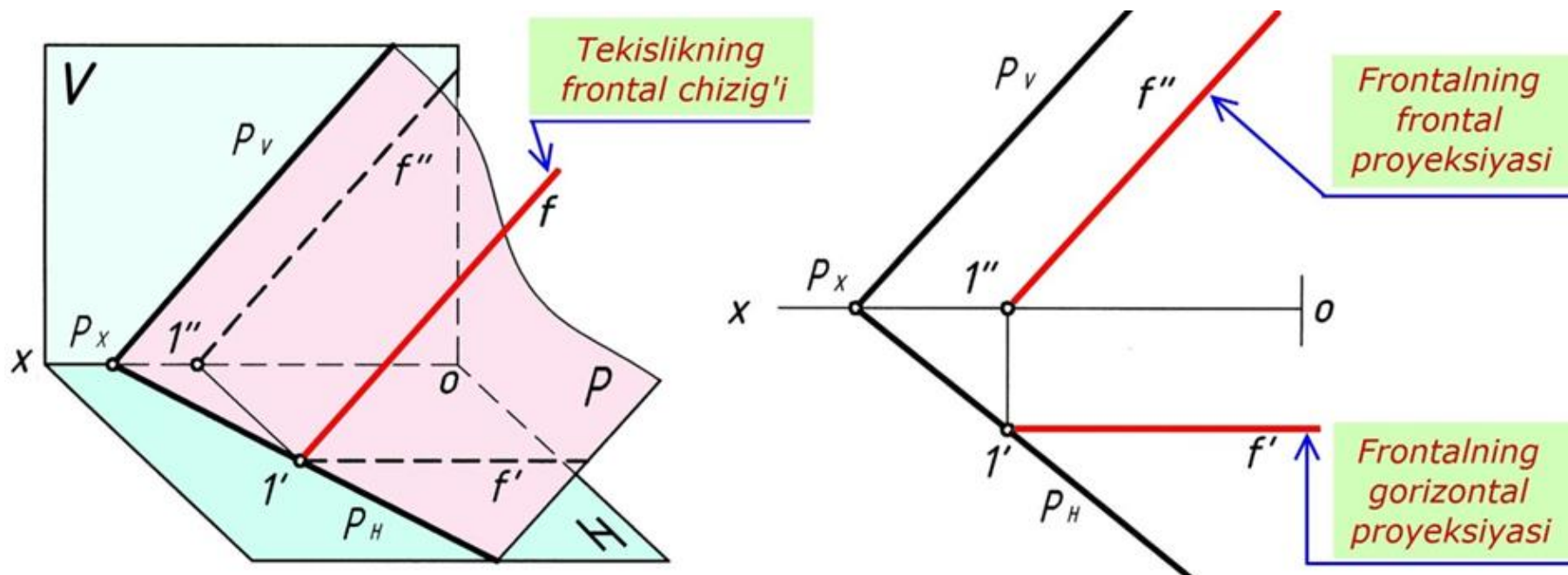
$$h'' \parallel [ox];$$

- c) Epyurda $h(h',h'')$ – gorizontaal chiziqning h' – gorizontaling gorizontaal proyeksiyasi $P(P_H, P_V)$ tekislikning P_H gorizontaal iziga parallel bo‘ladi.

$$h' \parallel P_H.$$

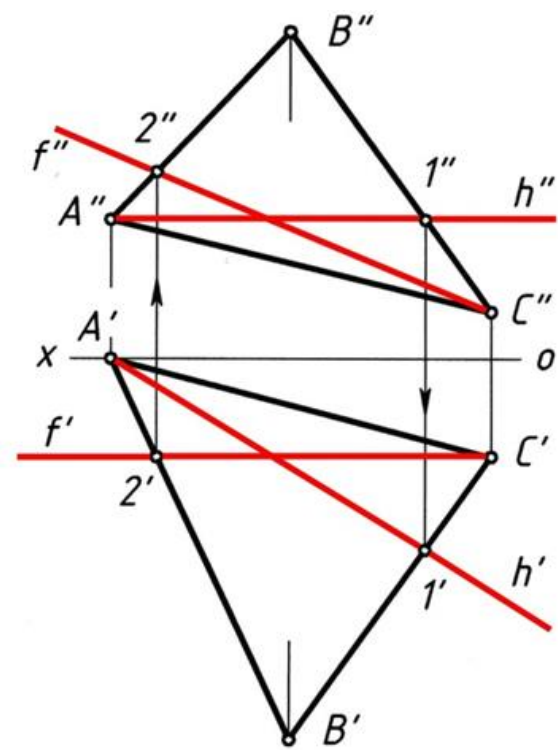
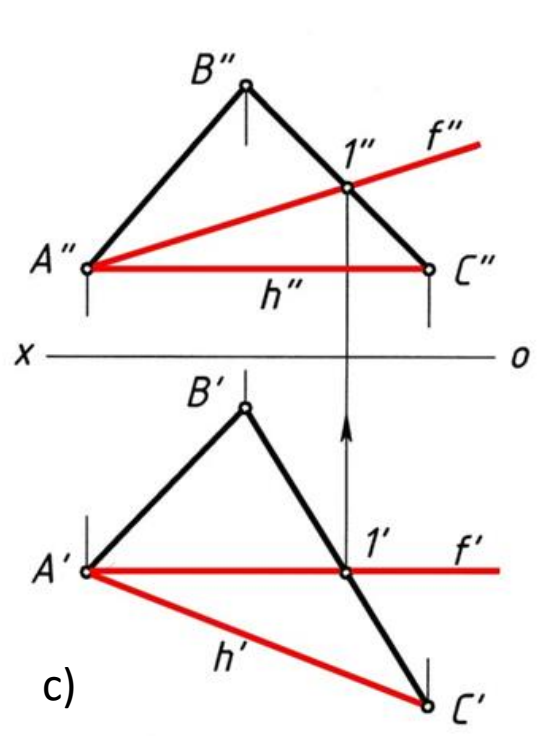
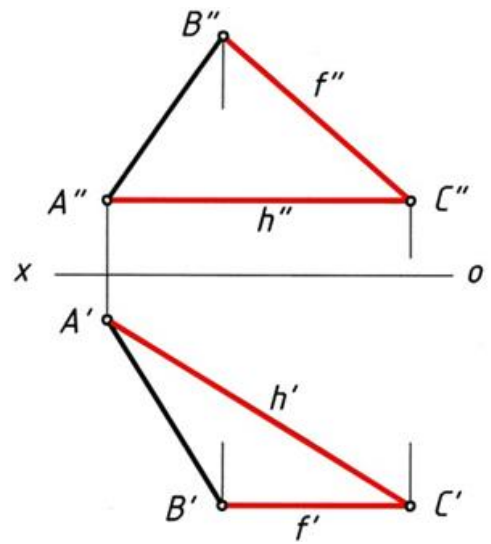
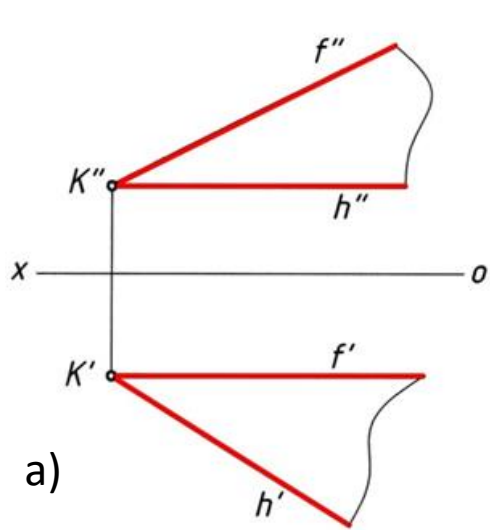
1.2. Tekislikning $f(f', f'')$ – frontal chizig‘i.

Ta‘rif. Agar to‘g‘ri chiziq tekislikka tegishli bo‘lib, hamda V tekislikka parallel joylashgan bo‘lsa, ushbu chiziq **tekislikning $f(f', f'')$ – frontal chizig‘i** deyiladi.



Tekislikning $f(f', f'')$ – frontal chizig‘i quyidagi xususiyatlarga ega:

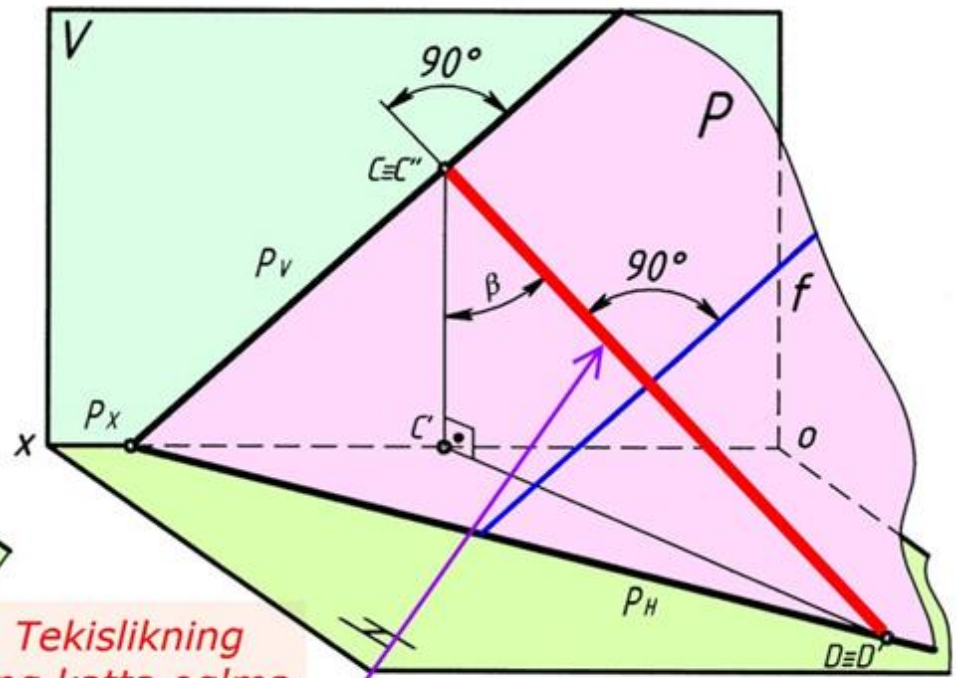
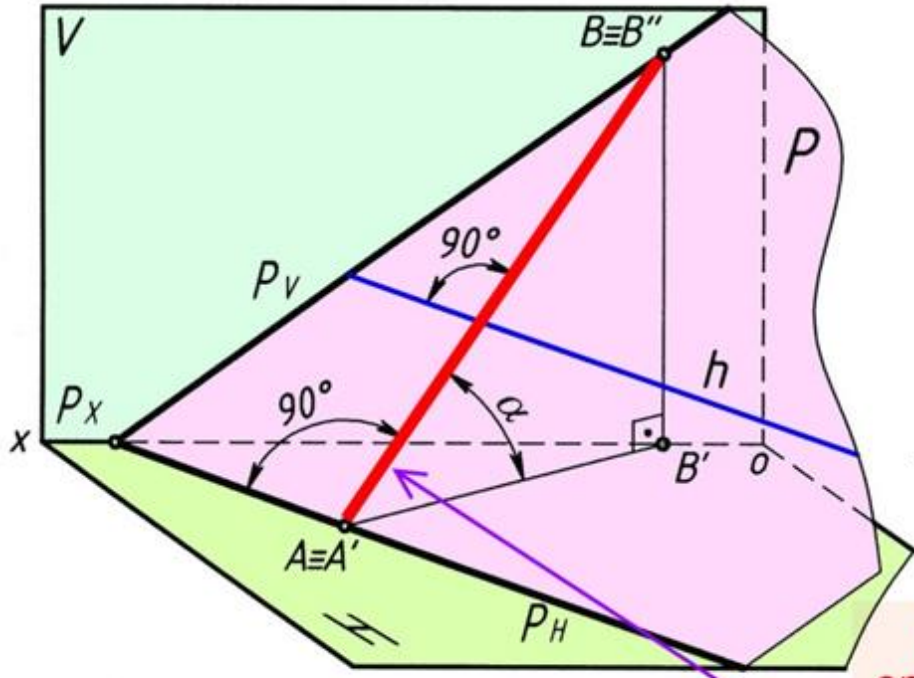
- Tekislikning $f(f', f'')$ – frontal chizig‘i tekislikka tegishli bo‘lib, V tekislikka parallel joylashgan bo‘ladi. $f(f', f'') \in R(R_H, R_V)$ va $f(f', f'') \parallel V$;
- Epyurda $f(f', f'')$ – frontal chiziqning f' – frontalning gorizontal proyeksiyasi $[ox)$ o‘qqa parallel bo‘ladi, $f' \parallel [ox)$;
- Epyurda $f(f', f'')$ – frontal chiziqning f'' – frontalning frontal proyeksiyasi $P(P_H, P_V)$ tekislikning P_V frontal iziga parallel bo‘ladi. $f'' \parallel P_V$



2. Tekislikning eng katta og'ma chizig'i.

Tarif. Agar to'g'ri chiziq tekislikka tegishli bo'lib, mazkur tekislikning bosh chiziqlaridan biriga perpendikulyar joylashgan bo'lsa ushbu to'g'ri chiziq **tekislikning eng katta o'g'ma chizig'i** deb yuritiladi.

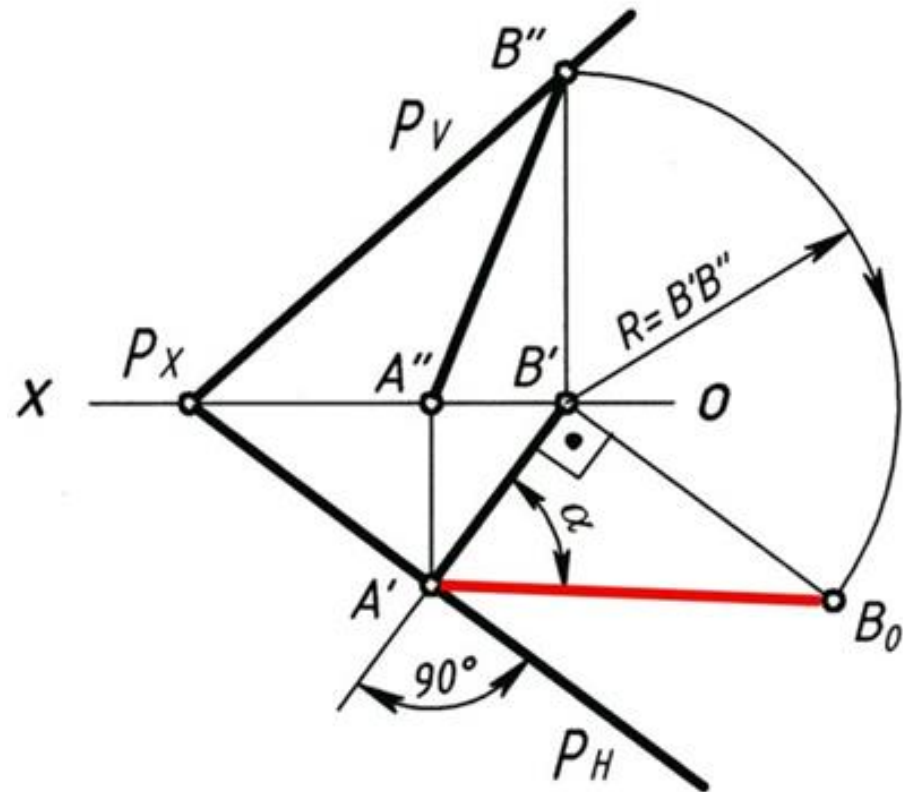
Bizga ma'lumki, umumiy vaziyatda joylashgan tekislik H, V va W tekisliklarga og'ib o'tkir burchaklar hosil qiladi. Ushbu burchaklarni aniqlash uchun, tekislikning eng katta og'ma chizig'idan foydalanib aniqlanadi. 9 – chizmada izlari bilan berilgan $P(P_H, P_V)$ tekislikni H tekislikka og'ish burchak kattaligi berilgan. $P(P_H, P_V)$ tekislikning AB to'g'ri chizig'i tekislikning eng katta og'ma chizig'idir. Chunki u $P(P_H, P_V)$ tekislikning $h(h', h'')$ gorizontaal chizig'iga (va P_H gorizontaal iziga) perpendikulyar joylashgan. A burchak esa, $P(P_H, P_V)$ tekislikni H tekislikka $\angle \alpha$ og'ish burchagini tashkil qiladi. 10 – chizmada izlari bilan berilgan $P(P_H, P_V)$ tekislikni V tekislikka og'ish burchak kattaligi berilgan. $P(P_H, P_V)$ tekislikning CD to'g'ri chizig'i tekislikning eng katta og'ma chizig'idir. Chunki u $P(P_H, P_V)$ tekislikning $f(f', f'')$ frontal chizig'iga (va P_V frontal iziga) perpendikulyar joylashgan. C burchak esa, $P(P_H, P_V)$ tekislikni V tekislikka $\angle \beta$ og'ish burchagini tashkil qiladi.



Tekislikning
eng katta og'ma
chizig'i

1 – misol. Izlari orqali berilgan $P(P_H, P_V)$ tekislikni H tekislikka og‘ish burchak kattaligi topilsin.

Ushbu misol quyidagi bosqichlarda yechiladi:

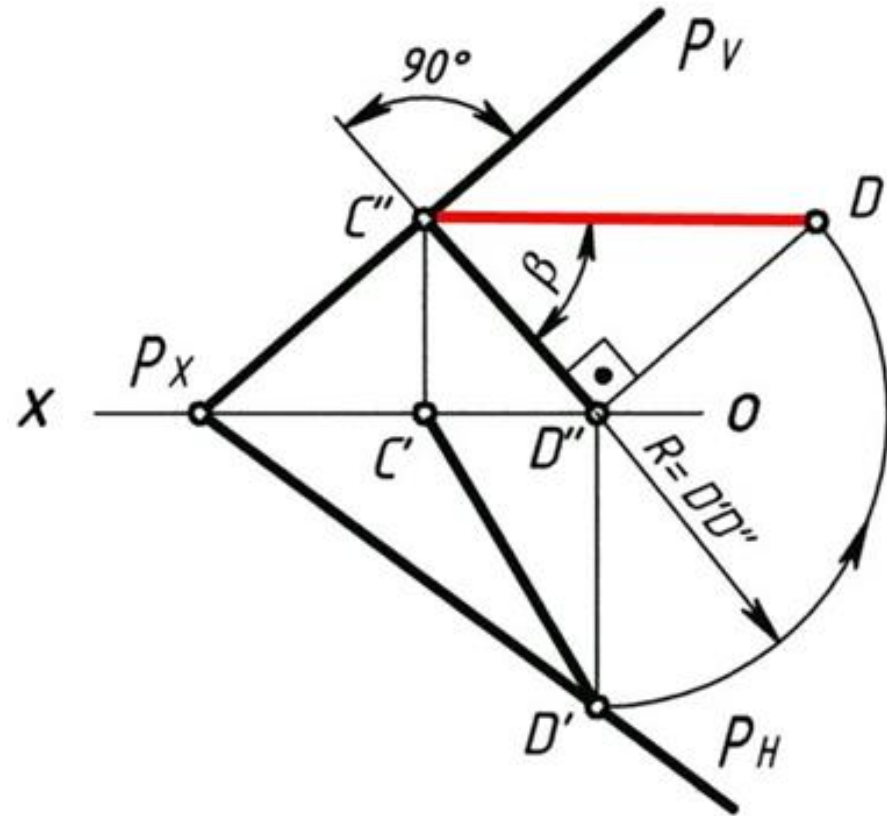


- 1) $P(P_H, P_V)$ tekislikning P_H gorizontall izida A' nuqta tanlanadi (11 – chizma);
- 2) A' nuqta orqali tekislikning P_H gorizontall iziga perpendikulyar bo‘lgan $A'B'$ kesma chizib olinadi;
- 3) $[AB]$ kesmaning yetishmagan $A''B''$ frontal proyeksiyasi chiziladi;
- 4) Epyurning gorizontall proyeksiyasida $[AB]$ kesmaning haqiqiy uzunligi to‘g‘ri burchakli uchburchak usulidan foydalanib aniqlanadi. To‘g‘ri burchakli $A'B'B_0$ uchburchakning A' uchi $P(P_H, P_V)$ tekislikni H tekislikka og‘ish $\angle\alpha$ burchagini tashkil qiladi.

Javob: $P(P_H, P_V) \wedge H = \angle\alpha$.

2 – misol. Izlari orqali berilgan $P(P_H, P_V)$ tekislikni V tekislikka og‘ish burchak kattaligi topilsin.

Misol quyidagi bosqichlarda yechiladi:

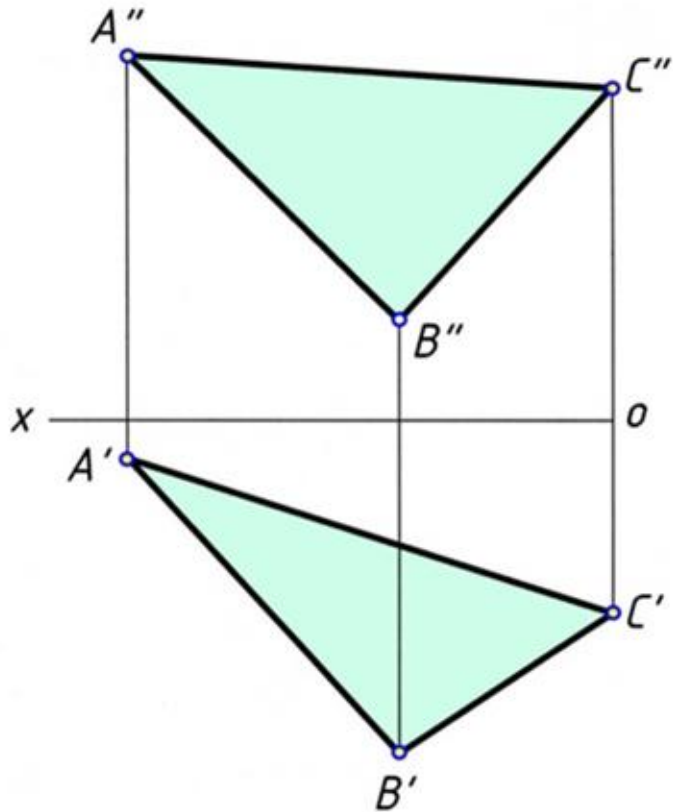


- 1) $P(P_H, P_V)$ tekislikning P_V frontal izida C'' nuqta tanlanadi;
- 2) C'' nuqta orqali tekislikning P_V frontal iziga perpendikulyar bo‘lgan $C''D''$ kesma chizib olinadi;
- 3) $[CD]$ kesmaning yetishmagan $C'D'$ gorizontaal proyeksiyasi chiziladi;
- 4) Epyurning frontal proyeksiyasida $[CD]$ kesmaning haqiqiy uzunligi to‘g‘ri burchakli uchburchak usulidan foydalanib aniqlanadi. To‘g‘ri burchakli $C''D''D_0$ uchburchakning C'' uchi $P(P_H, P_V)$ tekislikni V tekislikka og‘ish $\angle\beta$ burchagini tashkil qiladi.

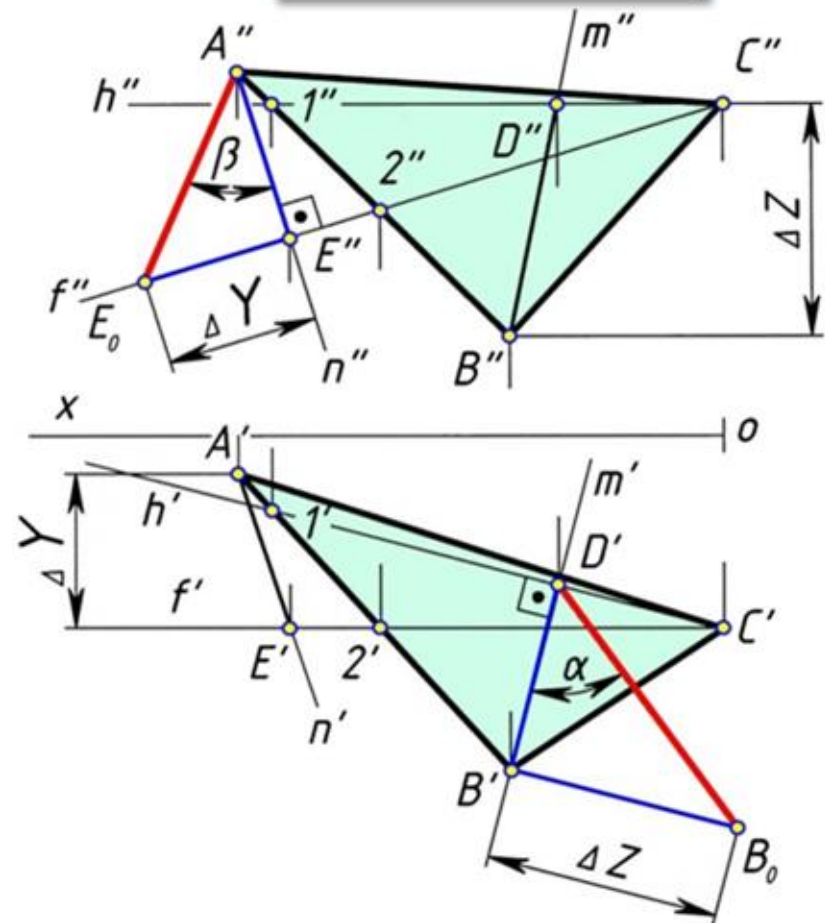
Javob: $P(P_H, P_V) \wedge V = \angle\beta$.

3 – *misol.* Uchburchak ABC tekislikning H va V proyeksiyalar tekisliklarga nisbatan og'ish burchak kattaliklari topilsin.

Berilgan



Natija



E'tiboriz uchun rahmat