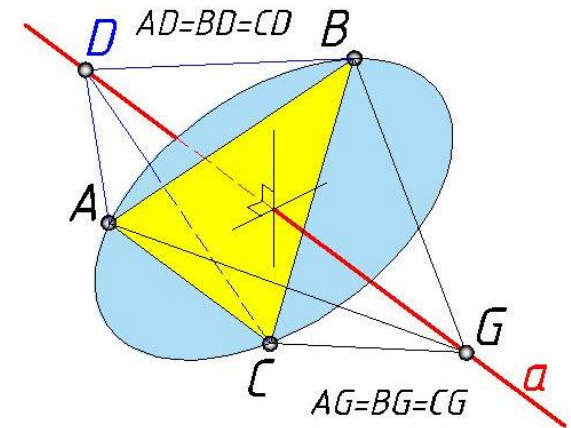
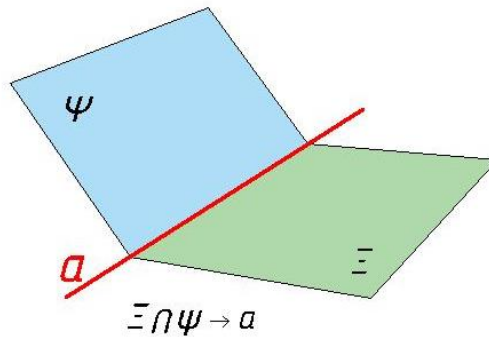
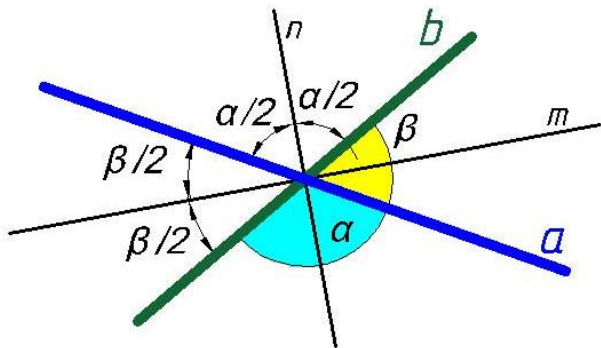


To'g'ri chiziq, uning ortogonal proeksiyalari

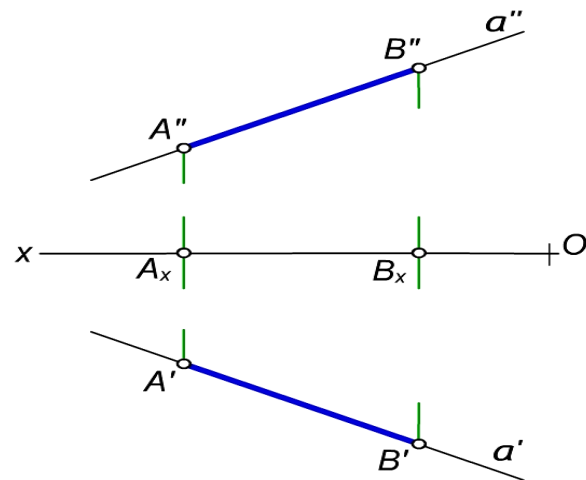
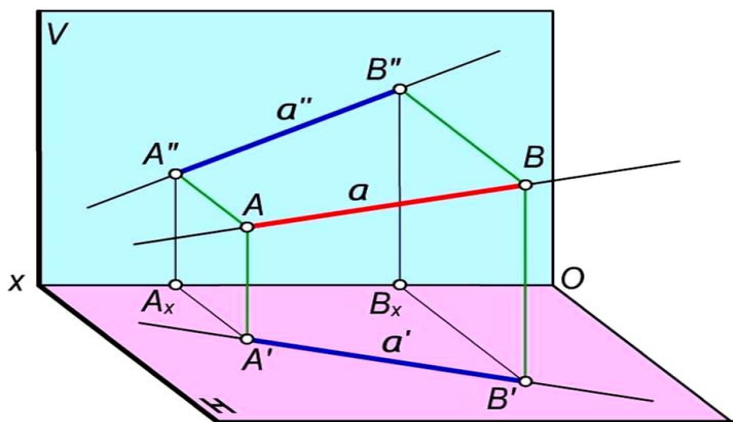
- ❖ Kesishuvchi ikki chiziqdan barobar uzoqlikda yotgan nuqtalar to'plami, tekislikda to'g'ri chiziqni beradi.
- ❖ Kesishuvchi ikki tekislikka tegishli bo'gan nuqtalar to'plami to'g'ri chiziqdir.
- ❖ Bir chiziqda yotmagan uchta nuqtadan barobar uzoqlikda yotgan nuqtalar to'plami to'g'ri chiziqdir.



To'g'ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari.

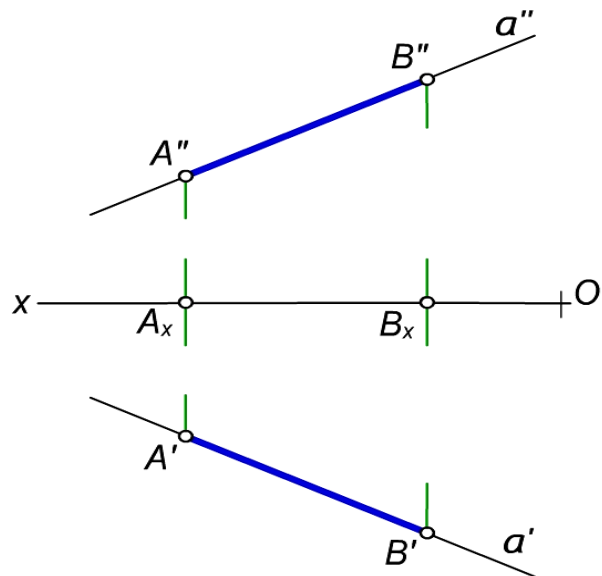
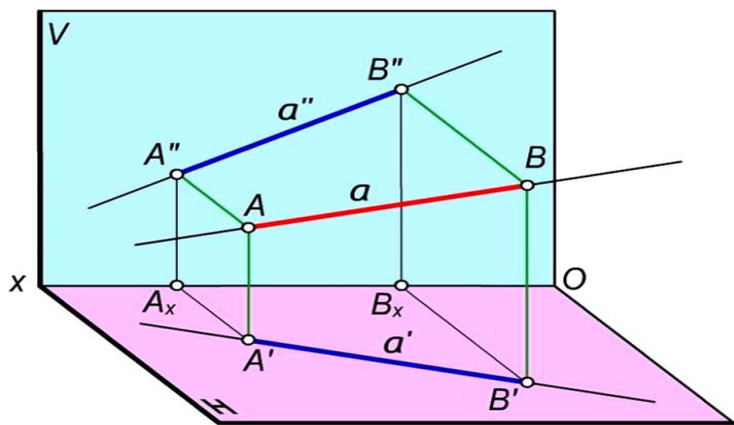
To'g'ri chiziq eng oddiy geometrik shakl hisoblanadi. Ustma-ust tushmagan ikki nuqta orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin. Agar fazodagi bir-biridan farqli ikkita A va B nuqtalarni o'zaro tutashtirib, uni ikki qarama-qarshi tomonga cheksiz davom ettirilsa, a to'g'ri chiziq hosil bo'ladi.

To'g'ri chiziqning ikki nuqta bilan chegaralangan qismi shu *to'g'ri chiziq kesmasi* deyiladi.



To'g'ri chiziqlar a, b, c tarzida lotin alifbosining yozma harflari bilan belgilanadi. Agar to'g'ri chiziqlar kesma shaklida berilsa, u holda AB, CD, EF, \dots tarzida lotin alifbosining bosh harflari bilan belgilanadi. To'g'ri chiziqning proyeksiyalar tekisliklardagi proyeksiyalari holatini uning ikki ixtiyoriy nuqtasining proyeksiyalari aniqlaydi. Masalan, rasmda berilgan a to'g'ri chiziqning ortogonal proyeksiyalarini yasash uchun bu chiziqqa tegishli ikki A va B nuqtalarning ortogonal A', A'' va B', B'' proyeksiyalari yasaladi. Bu ikki nuqtaning bir nomli proyeksiyalarini tutashtiruvchi a' va a'' chiziqlar fazoda berilgan a to'g'ri chiziqning gorizontal va frontal proyeksiyalari bo'ladi. Shuningdek, AB kesma va uning $A'B'$ va $A''B''$ proyeksiyalari a to'g'ri chiziqning fazodagi vaziyatini va uning a', a'' proyeksiyalarini aniqlaydi.

Ta'rif. Proyeksiyalar tekisliklarining birortasiga parallel yoki perpendikulyar bo'lmagan to'g'ri chiziq umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq deyiladi.

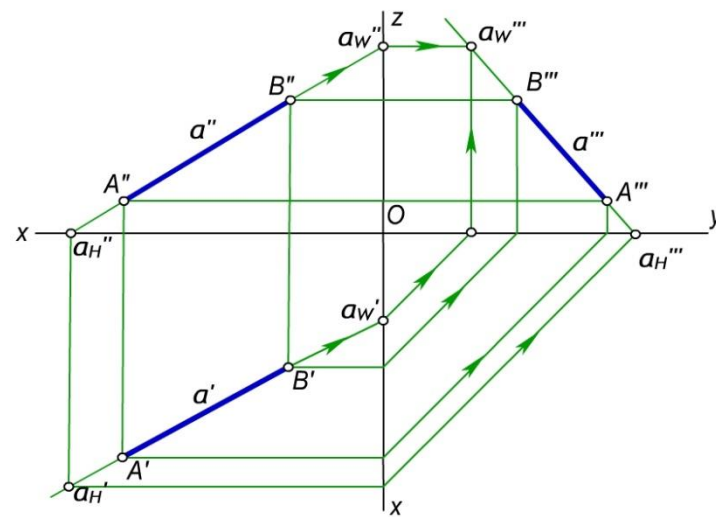
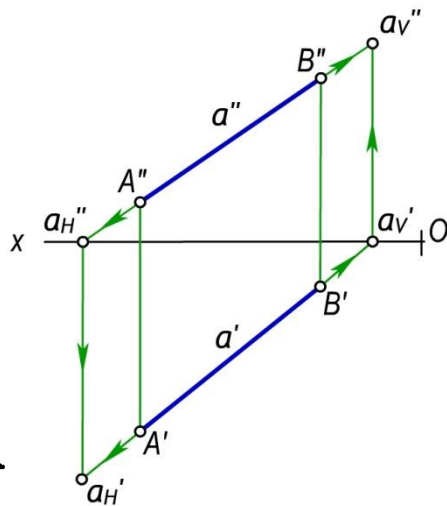
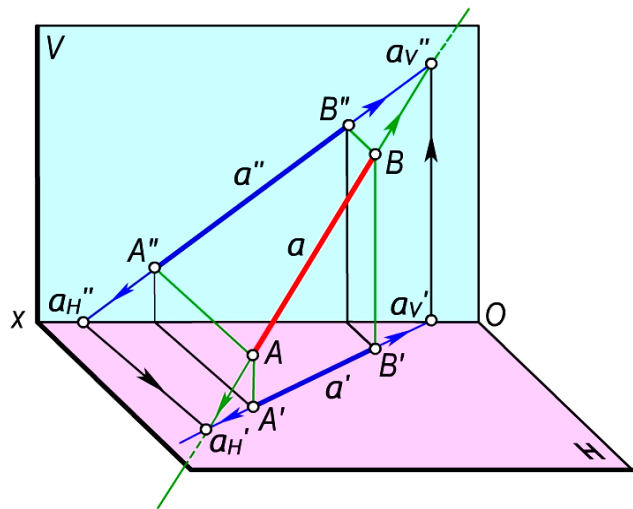


TO'G'RI CHIZIQNING IZLARI

Ta'rif. To'g'ri chiziqning proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishish nuqtalari to'g'ri chiziqning izlari deyiladi.

Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq hamma proyeksiyalar tekisliklarini kesib o'tadi. Biror a to'g'ri chiziqning gorizontal proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi uning *gorizontal izi*, frontal proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi *frontal izi* deyiladi. Shuningdek, to'g'ri chiziqning profil proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi uning *profil izi* deyiladi:

$$a \cap H = a_H, \quad a \cap V = a_V \quad \text{va} \quad a \cap W = a_W.$$



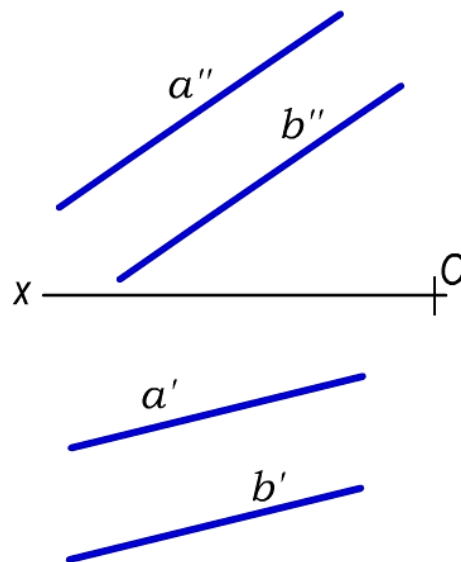
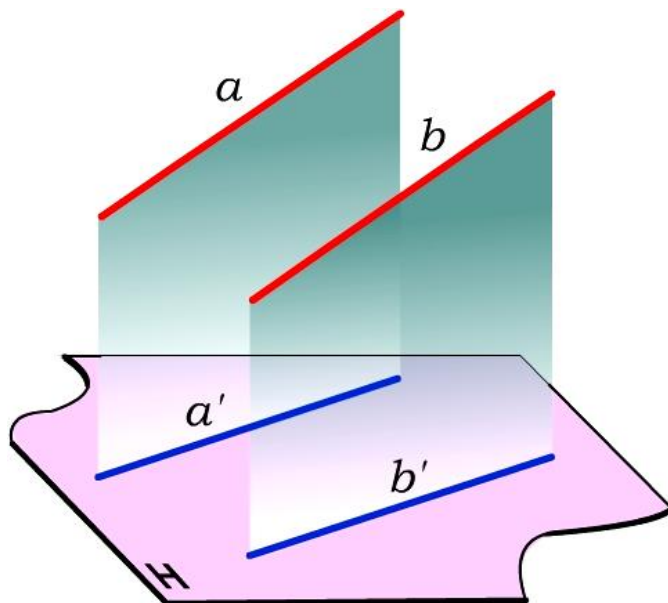
IKKI TO'G'RI CHIZIQNING O'ZARO VAZIYATLARI .

Ikki to'g'ri chiziq fazoda o'zaro parallel, kesuvchi yoki chalmashuvchi (ayqash) vaziyatlarda bo'lishi mumkin.

1. O'zaro parallel to'g'ri chiziqlar.

Ta'rif. Agar ikki to'g'ri chiziqning kesishuv nuqtasi bo'lmasa (yoki umumiy xosmas nuqtaga ega bo'lsa), ularni **parallel to'g'ri chiziqlar** deyiladi.

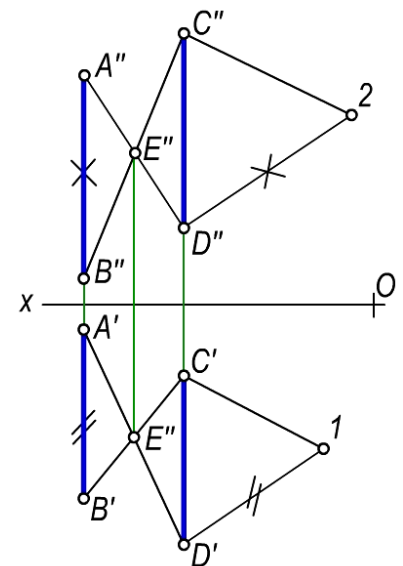
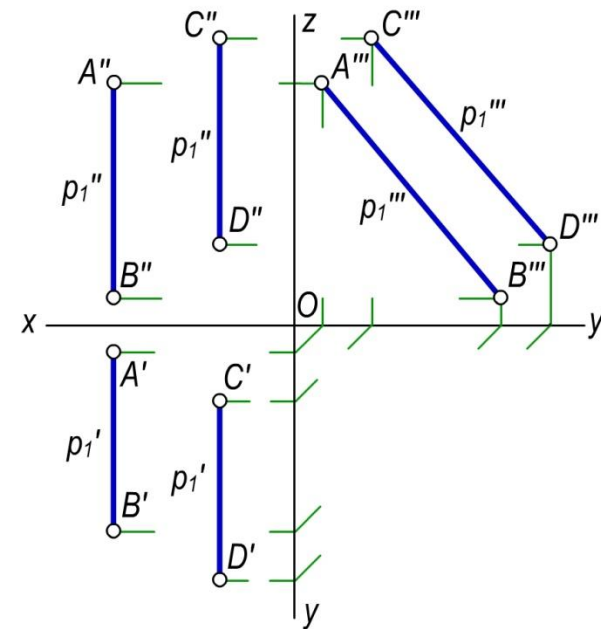
Parallel proyeksiyalarning xossasiga asosan parallel to'g'ri chiziqlarning bir nomli proyeksiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi (1,a,b-rasm), ya'ni $a \parallel b$ bo'lsa, u holda $a' \parallel b'$, $a'' \parallel b''$, $a''' \parallel b'''$ bo'ladi.



IKKI TO‘G‘RI CHIZIQNING O‘ZARO VAZIYATLARI.

Ammo to‘g‘ri chiziqlar biror proyeksiyalar tekisligiga parallel bo‘lsa, u holda yuqorida keltirilgan shart bajarilmaydi. Masalan, W tekislikka parallel bo‘lgan profil to‘g‘ri chiziq kesmalarining bir nomli gorizontal va frontal proyeksiyalari (p_1 va p_2) ning o‘zaro parallel bo‘lishi yetarli bo‘lmaydi. Bunday hollarda to‘g‘ri chiziqlarning profil proyeksiyalarini yasash zarur. Bunda $p_1''' \parallel p_2'''$ bo‘lsa, bu to‘g‘ri chiziqlar o‘zaro parallel bo‘ladi. Agar $p_1''' \cap p_2'''$, bo‘lsa, bu to‘g‘ri chiziqlar ayqash bo‘ladi.

Shuningdek, bu to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro vaziyatini profil proyeksiyalaridan foydalanmasdan ham aniqlash mumkin.



IKKI TO'G'RI CHIZIQNING O'ZARO VAZIYATLARI

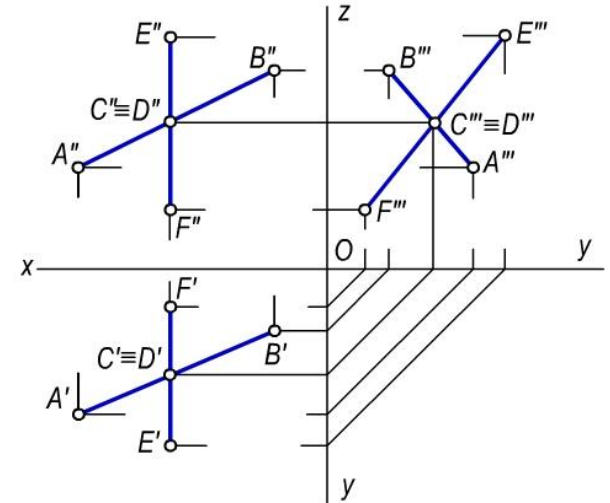
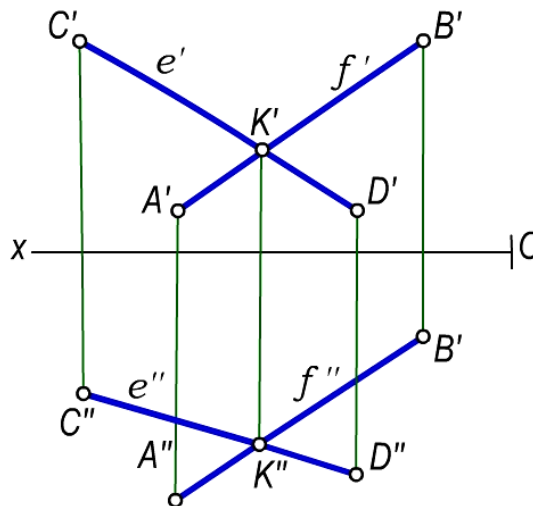
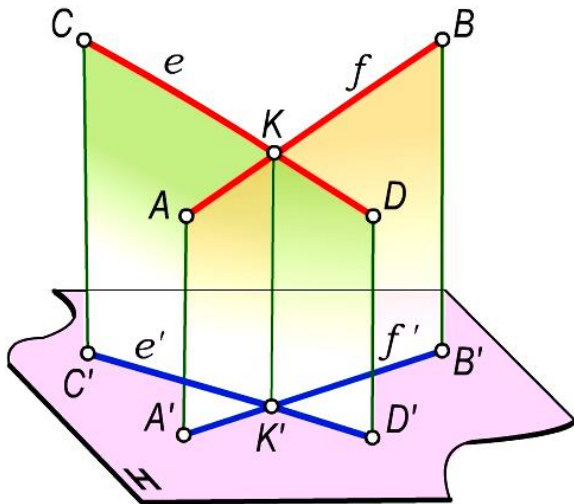
O'zaro kesishuvchi to'g'ri chiziqlar.

Ta'rif. Agar ikki to'g'ri chiziq fazoda umumiy bir (xos) nuqtaga ega bo'lsa, ular kesishuvchi to'g'ri chiziqlar deyiladi.

Fazodagi to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtasining proyeksiyasi shu to'g'ri chiziqlar proyeksiyalarining kesishish nuqtasida bo'ladi. Kesishuvchi to'g'ri chiziqlarning bir nomli proyeksiyalari ham chizmada o'zaro kesishadi va kesishish nuqta proyeksiyalari bir proyeksion bog'lovchi chiziqda bo'ladi.

Fazoda umumiy vaziyatda kesishuvchi to'g'ri chiziqlar berilgan bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlarning faqat ikkita bir nomli proyeksiyalarining kesishishi kifoya qiladi.

Agar kesishuvchi chiziqlarning biri proyeksiyalar tekisligining birortasiga parallel bo'lsa, u holda ularning ikkita bir nomli proyeksiyalarining o'zaro kesishuvi yetarli bo'lmaydi. Bu chiziqlarning o'zaro vaziyatini ularning profil proyeksiyalarini yasash bilan aniqlash mumkin.



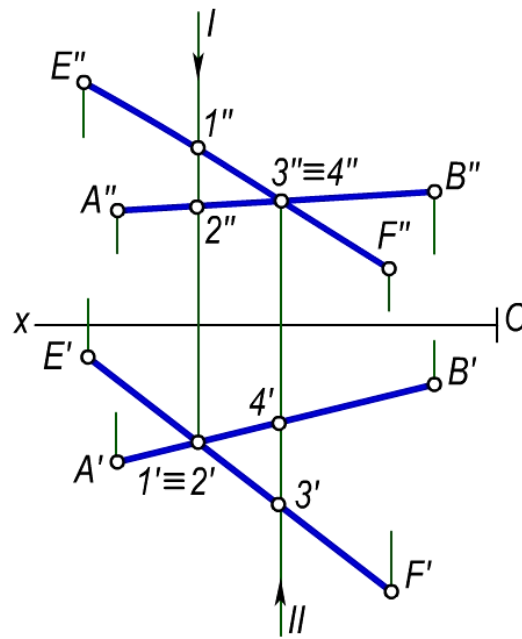
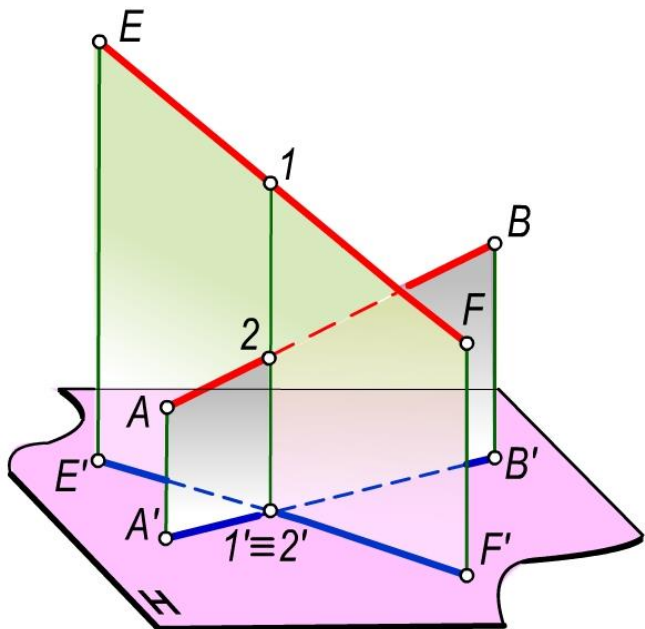
IKKI TO‘G‘RI CHIZIQNING O‘ZARO VAZIYATLARI

3. Ozaro chalmashuvchi (ayqash) to‘g‘ri chiziqlar.

Ta’rif. Ikki to‘g‘ri chiziq o‘zaro parallel bo‘lmasa yoki kesishmasa ular chalmashuvchi to‘g‘ri chiziqlar deyiladi.

Ma’lumki, parallel va kesuvchi to‘g‘ri chiziqlar bitta tekislikka tegishli bo‘ladi. Uchrashmas to‘g‘ri chiziqlar esa bir tekislikda yotmaydi. Uchrashmas to‘g‘ri chiziqlarning bir nomli proyeksiyalari chizmada o‘zaro kesishsa ham, ammo kesishish nuqtalari bir bog‘lovchi chiziqqa tegishli bo‘lmaydi.

Masalan, quyida $AB(A'B', A''B'')$ va $EF(E'F', E''F'')$ uchrashmas chiziqlar berilgan. Bu to‘g‘ri chiziqlar proyeksiyalarining $1' \equiv 2'$ va $3'' \equiv 4''$ kesishish nuqtalari fazoda bu to‘g‘ri chiziqlarning har biriga tegishli ikki nuqtaning proyeksiyalari bo‘lmay, aksincha, $1 \in EF$, $2 \in AB$ va $3 \in EF$, $4 \in AB$ bo‘ladi.



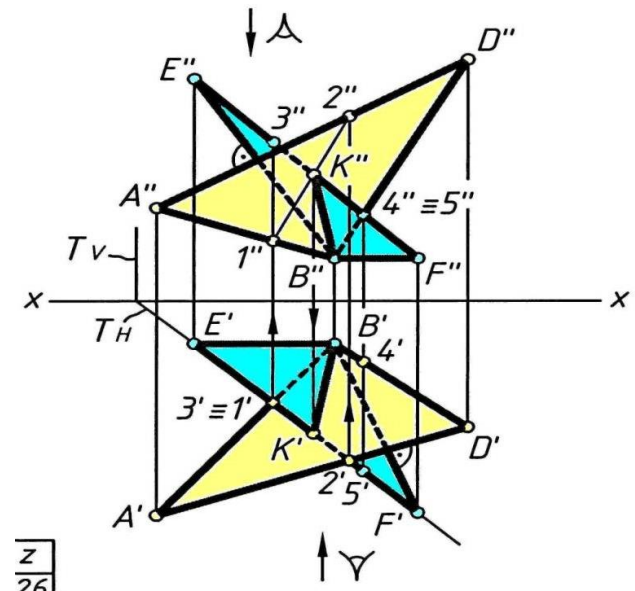
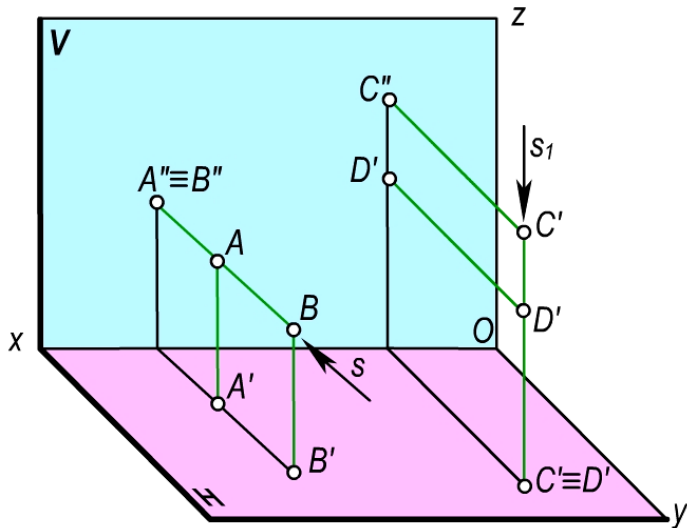
CHIZMALARDA KO'RINISHLIKNI ANIQLASH. KONKURENT NUQTALAR.

Geometrik figuraning fazodagi o'zaro vaziyatlariga oid masalalar yechishda tasvirlarni yaqqolashtirish maqsadida ularning ko'rinadigan va ko'rinmaydigan qismlarini aniqlashga to'g'ri keladi.

Faqat birinchi oktantda joylashgan geometrik shakllarning kuzatuvchiga nisbatan yaqin turgan elementlari ko'rinadi, uning orqasidagi elementlari ko'rinmaydi. Boshqa oktantlarda joylashgan shakl yoki uning tarkibiy qismi ko'rinmas deb hisoblanadi.

Geometrik shakllarning kuzatuvchiga nisbatan chizmada ko'rinishligi konkurent nuqtalardan foydalanib aniqlanadi.

Ta'rif. Bitta proyeksiyalovchi nurda (to'g'ri chiziqda) joylashgan nuqtalar konkurent nuqtalar deyiladi.



CHIZMALARDA KO'RINISHLIKNI ANIQLASH. KONKURENT NUQTALAR.

Agar kuzatuvchi proyeksiyalovchi nur yo'nalishida konkurent nuqtalarga qarasa, u o'ziga yaqin bo'lgan nuqtani yoki proyeksiyalar tekisligidan uzoqroq joylashgan nuqtani ko'radi.

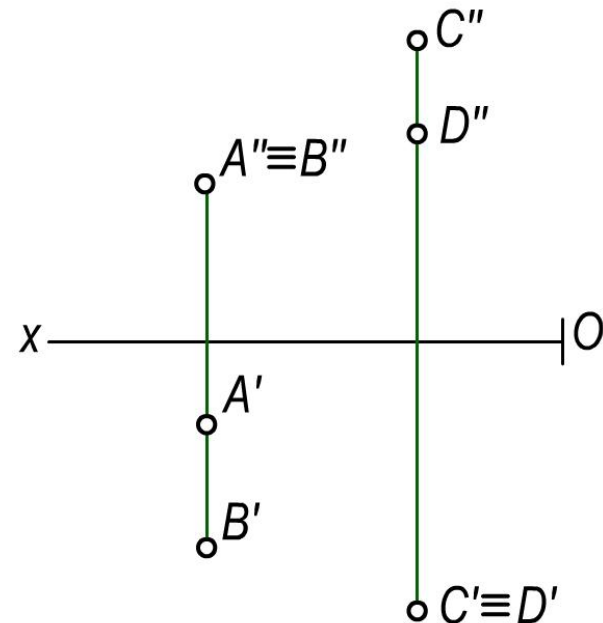
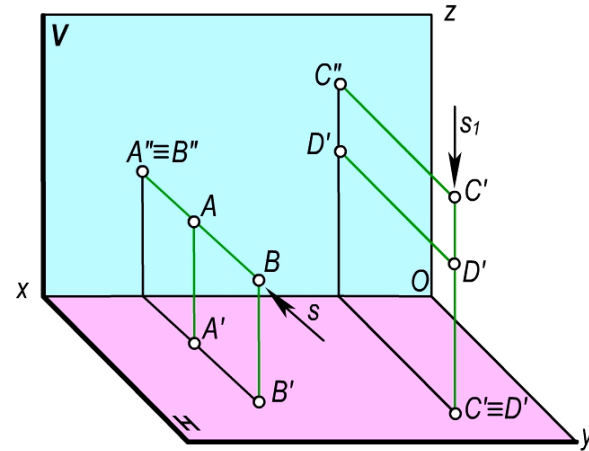
Masalan, quyidagi rasmda berilgan bir proyeksiyalovchi nurda joylashgan va V ga nisbatan konkurent bo'lgan A va B nuqtalarga s yo'nalish bo'yicha qaralganda, kuzatuvchiga yaqin bo'lgan yoki V tekislikdan uzoqroq joylashgan B nuqta ko'rinadi.

Shuningdek, H ga nisbatan konkurent bo'lgan C va D nuqtalarga s_1 yo'nalish bo'yicha qaralsa, H tekislikdan uzoqroq joylashgan C nuqta ko'rinadi.

Chizmada konkurent nuqtalarning ko'rinishligini ularning koordinatalari orqali aniqlash ham mumkin.

Konkurent nuqtalarning H tekislikka nisbatan ko'rinishligi z applikatasi, V tekislikka nisbatan y ordinatasi va W tekislikka nisbatan x absissasi aniqlaydi.

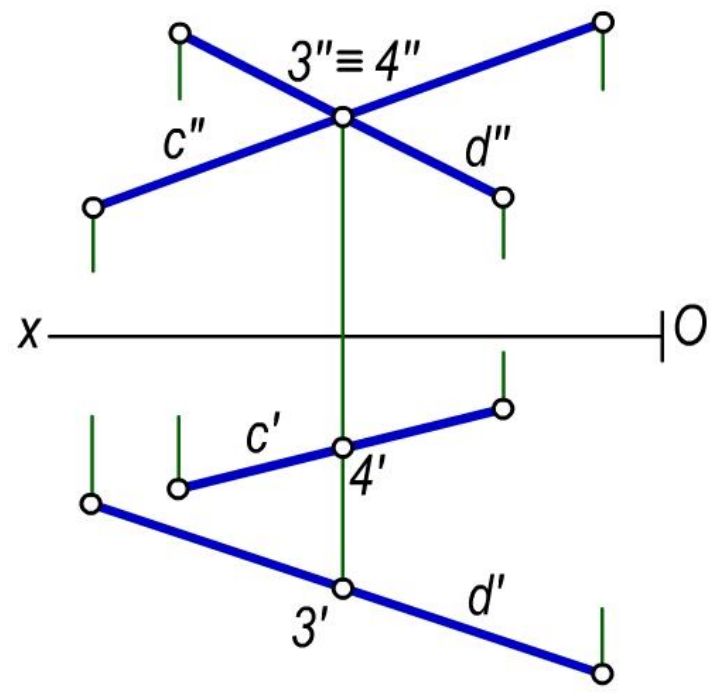
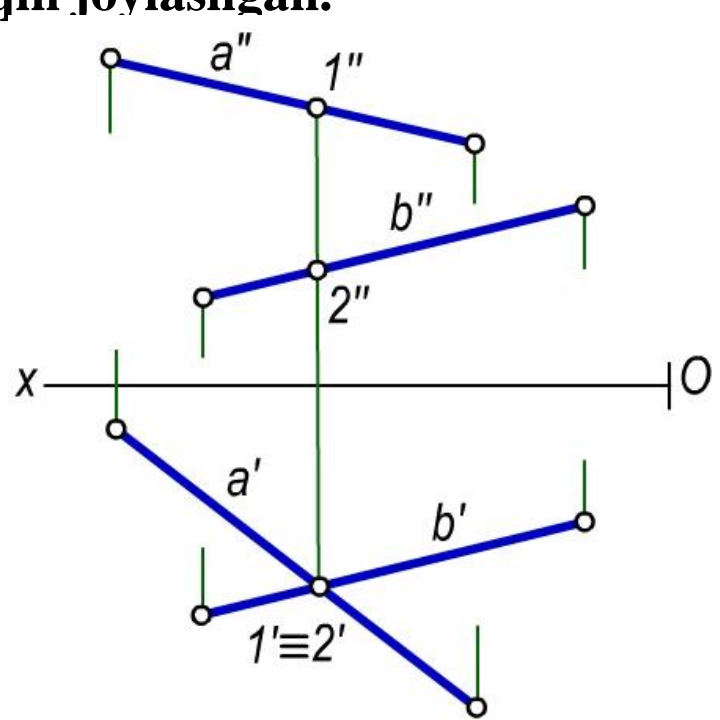
H tekislikka nisbatan **applikatasi** eng katta bo'lgan konkurent nuqta kuzatuvchiga ko'rinadi.



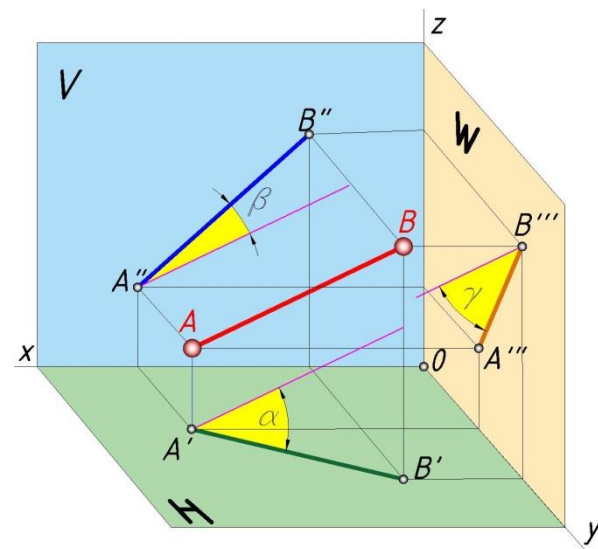
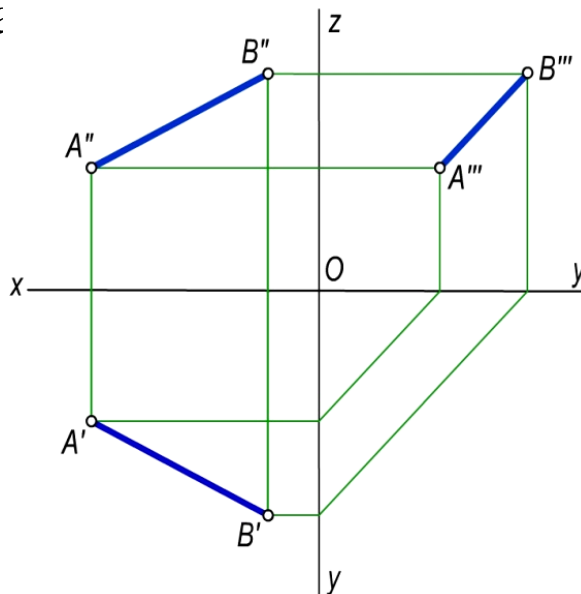
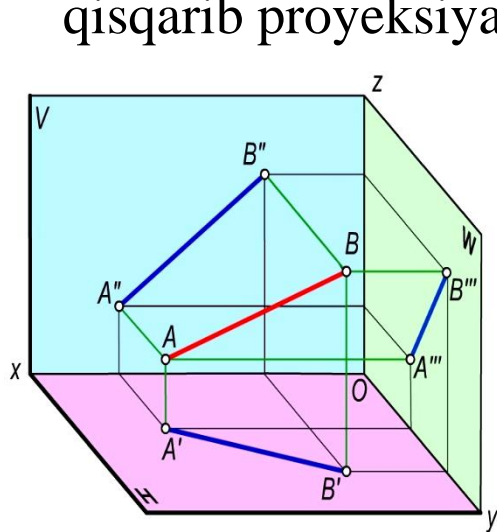
CHIZMALARDA KO'RINISHLIKNI ANIQLASH.

KONKURENT NUQTALAR.

Quyidagi rasmda $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ uchrashmas to'g'ri chiziqlar berilgan. Bu to'g'ri chiziqlar gorizontaal proyeksiyalarning o'zaro kesishgan va H ga nisbatan konkurent bo'lgan nuqtalari $1' \equiv 2'$ ustma-ust proyeksiyalangan. Bu nuqtalardan qaysi birini ko'rinishligini aniqlash uchun ularning gorizontaal proyeksiyasidan proyeksiyalovchi chiziq o'tkazib, to'g'ri chiziqlarning frontal a'' va b'' proyeksiyalarida $1''$ va $2''$ nuqtalar belgilanadi va $z_1 > z_2$ ekanligi aniqlanadi. Natijada, a chiziqqa tegishli 1 nuqta kuzatuvchiga ko'rinadi, b chiziqqa tegishli 2 nuqta esa uning ostida bo'ladi. Demak, $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqlarga yuqoridan qaraganda a to'g'ri chiziq b to'g'ri chiziqqa nisbatan kuzatuvchiga yaqin joylashgan.

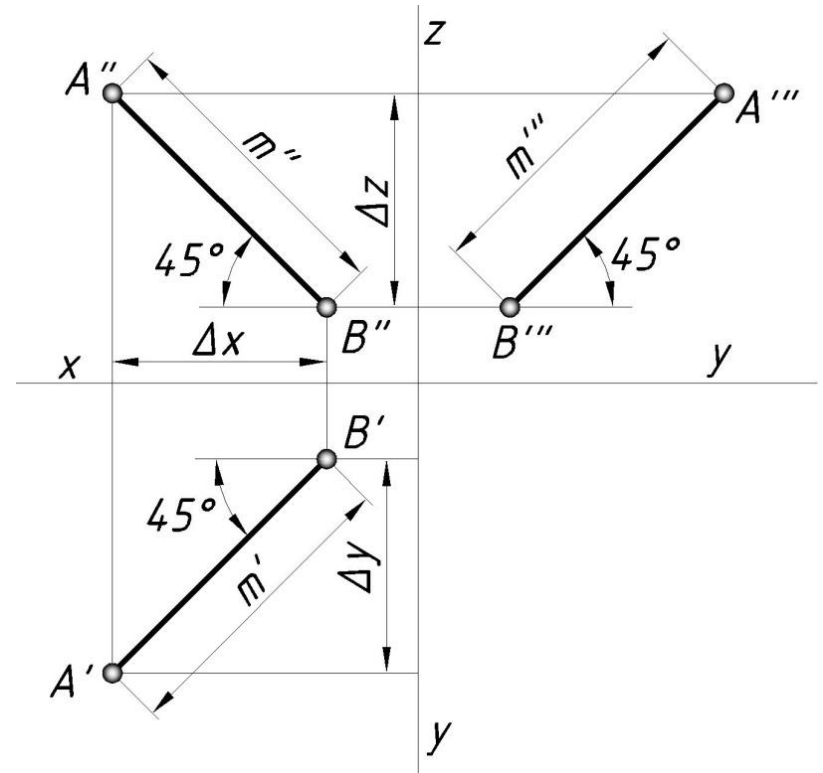


- ❑ To'g'ri chiziqning gorizontal va frontal proyeksiyalariga asosan uning profil proyeksiyasini ham yasash mumkin. Buning uchun uning yuqorida tanlab olingan A va B nuqtalarning profil proyeksiyalari yasaladi va ular o'zaro tutashtiriladi.
- ❑ To'g'ri chiziq proyeksiyalari faqat uning kesmasi proyeksiyalari orqaligina emas, balki ixtiyoriy qismi bilan ham berilishi mumkin. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari to'g'ri chiziq bo'ladi va ular proyeksiyalar o'qlariga nisbatan o'tkir burchaklarni tashkil etadi. Bu burchaklar α , β , γ harflari bilan belgilanadi.
- ❑ Bu α , β , γ burchaklar AB kesmaning H , V , W proyeksiyalar tekisliklari bilan mos ravishda hosil qilgan burchaklaridir, ya'ni $\alpha = AB \wedge H$, $\beta = AB \wedge V$, $\gamma = AB \wedge W$.
- ❑ Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasi proyeksiyalar tekisliklariga qisqarib proyeksiyalari



Proyeksiya tekisliklari bilan bir xil burchak tashkil qilgan to'g'ri chiziqlar.

Agar biror to'g'ri chiziq fazoda H, V va W lar bilan bir xil burchak hosil qilib joylashgan bo'lsa, uning AB kesmasining uchala proyeksiyalari o'zaro teng, ya'ni $AB^H=AB^V=AB^W$ bo'lsa, $A'B'=A''B''=A'''B'''$ bo'ladi. Bunda kesmaning proeksiyalari proeksiya o'qlariga nisbatan mos ravishda 45° li burchak hosil qiladi. Shu bilan birga $A'B' \parallel A'''B'''$ bo'lib, $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ bo'ladi.

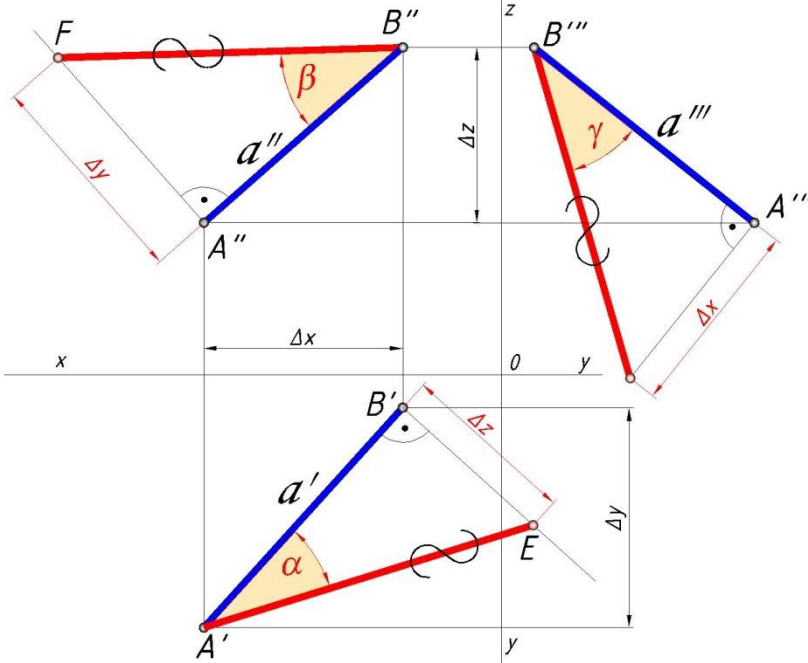
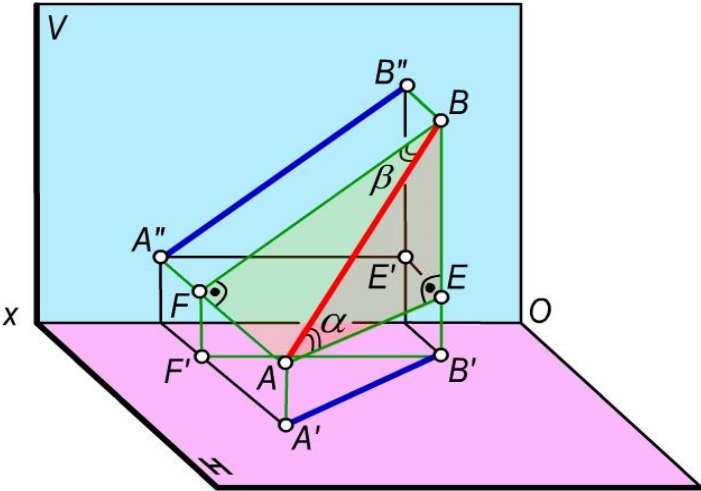


Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligini va proyeksiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash

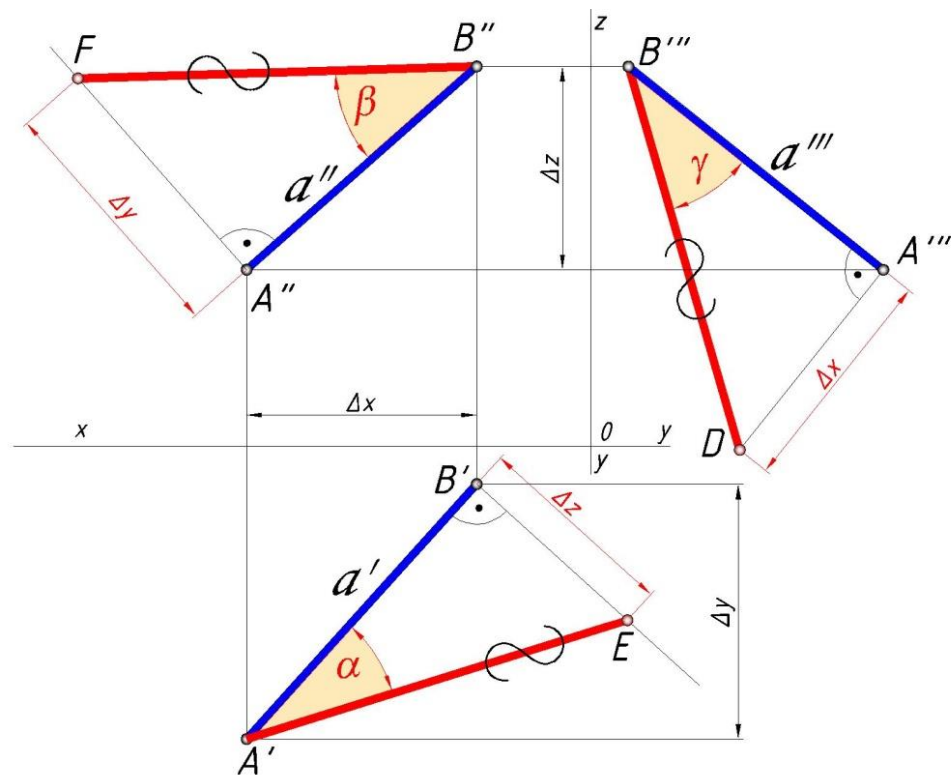
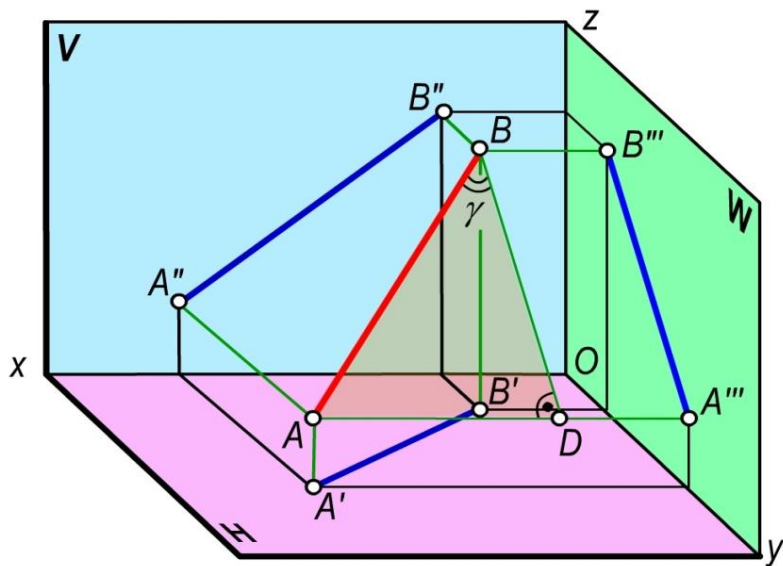
Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning uzunligi bir kateti istalgan proeksiya tekisligidagi kesma proeksiyasi bo'lgan va ikkinchisi shu tekislikka nisbatan kesma uchlarining masofalari ayirmasi tashkil qilgan to'g'ri burchakli uchburchak gipotenuzasiga teng.

Proeksiya-katet va gipotenuza orasidagi burchak kesma bilan uning proeksiyasi qurilgan tekislik orasidagi burchakka tengdir.

- AB to'g'ri chiziq kesmasi hamda uning H , V va W tekisliklardagi proyeksiyalari berilgan bo'lsin. Kesmaning A nuqtasidan $AE \parallel A'B'$ to'g'ri chiziq o'tkaziladi va to'g'ri burchakli $\triangle ABE$ ni hosil qilinadi. Bunda $BE = BB' - AA'$, bu yerda $AA' = EB'$ bo'lgani uchun $BE = BB' - EB' = \Delta z$ bo'ladi.
- To'g'ri burchakli ABE uchburchakning AB gipotenuzasi AE katet bilan α burchak hosil qiladi. Bu burchak AB kesmaning H tekislik bilan hosil qilgan burchagi bo'ladi.
- To'g'ri chiziq kesmasining V proyeksiyalar tekisligi bilan hosil qilgan β burchagini aniqlash uchun to'g'ri burchakli ABF uchburchakdan foydalanamiz. Bu uchburchakning BF kateti AB kesmasining frontal proyeksiyasi $A''B''$ ga, ikkinchi AF kateti uning A va B uchlarning V tekislikdan uzoqliklarining ayirmasiga teng bo'ladi. Bunda $AF = AA'' - BB''$, bo'lib, $BB'' = FA''$ bo'lgani uchun $AF = AA'' - FA'' = \Delta y$ bo'ladi.
- To'g'ri burchakli ABF ning AB gipotenuzasi BF katet bilan hosil qilgan β burchak AB kesmaning V tekislik hosil qilgan burchagi



Keyingi rasmda AB kesmaning W tekislik bilan hosil qilgan γ burchagini aniqlash ko'rsatilgan. Bu burchakni aniqlash uchun to'g'ri burchakli DAB dan foydalanamiz. Bu uchburchakning bir kateti AB kesmasining profil $A'''B'''$ proyeksiyasiga, ikkinchi AD kateti A va B uchlarning W tekislikdan uzoqliklari ayirmasiga teng bo'ladi. Bunda $AD=AA'''-BB'''$, bo'lib, $BB'''=DA'''$ bo'lgani uchun $AD=AA'''-DA'''=\Delta x$ bo'ladi.

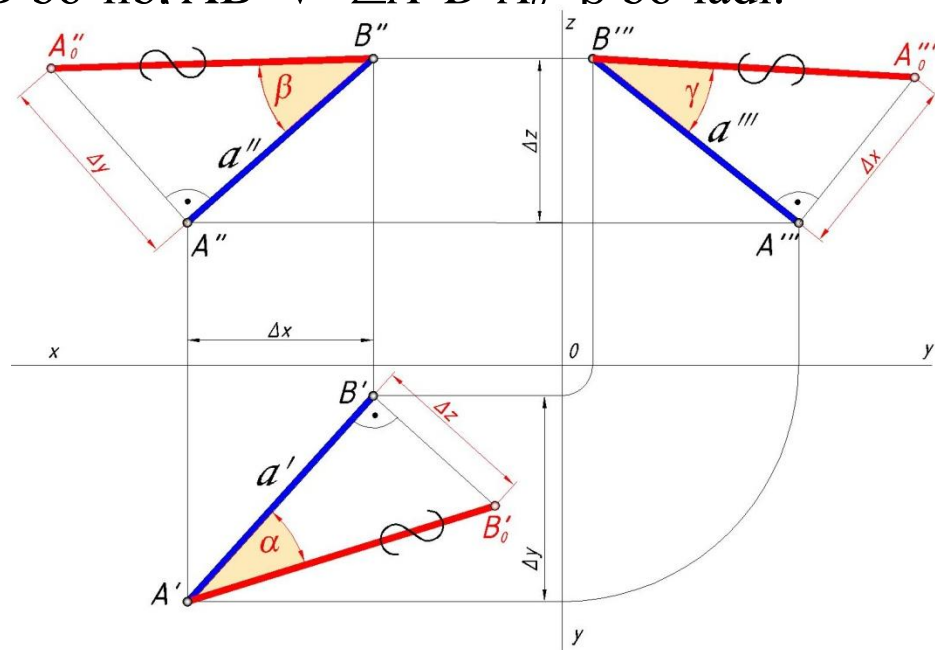


Chizmada kesmaning berilgan proyeksiyalari orqali uning haqiqiy uzunligi va proyeksiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash uchun yuqoridagi fazoviy model asosida to'g'ri burchakli uchburchaklar yasaladi. Shuning uchun bu usulni **to'g'ri burchakli uchburchak usuli** deb yuritiladi.

□ Masalan, AB kesmaning $A'B'$, $A''B''$ va $A'''B'''$ proyeksiyalarga asosan uning haqiqiy o'lchami va H bilan hosil qilgan α burchagini aniqlash uchun to'g'ri burchakli $A'B'B_0$ uchburchak yasaladi. Bu uchburchakning bir kateti kesmaning gorizontaal proyeksiyasiga, ikkinchi kateti esa kesmaning A va B uchlarning applikatalari ayirmasi Δz ga teng bo'ladi. Bu uchburchakning $A'B_0$ gipotenuzasi AB kesmaning haqiqiy o'lchami, $A'B_0=AB$ bo'lib, $AB^H=\angle B'A'B_0=\alpha$ bo'ladi.

□ Kesmaning V tekislik bilan hosil qilgan β burchagini aniqlash uchun to'g'ri burchakli $\triangle A''B''A_0$ ni yasaladi. Bu uchburchakning bir kateti kesmaning frontal $A''B''$ proyeksiyasiga, ikkinchi kateti esa AB kesma uchlari ordinatalari ayirmasi Δy ga teng bo'ladi. Hosil bo'lgan $B''A_0=AB$ bo'lib, $AB^V=\angle A''B''A_0=\beta$ bo'ladi.

□ AB kesmaning W tekislik bilan hosil etgan burchagini aniqlash uchun esa to'g'ri burchakli $\triangle A'''B'''A_0$ ni yasaymiz. Bu uchburchakning bir kateti kesmaning profil $A'''B'''$ proyeksiyasi, ikkinchi kateti kesma uchlarning W tekislikdan uzoqliklarning absissalar ayirmasi Δx bo'ladi. Hosil bo'lgan $B'''A_0=AB$ bo'lib, $AB^W=\angle A'''B'''A_0=\gamma$ teng bo'ladi.

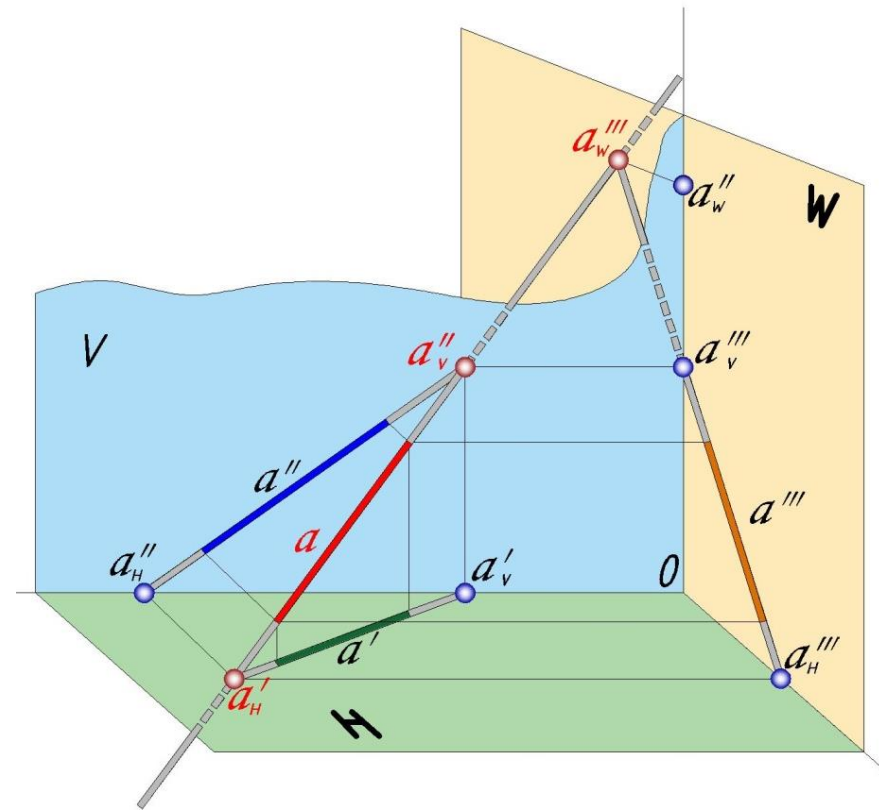
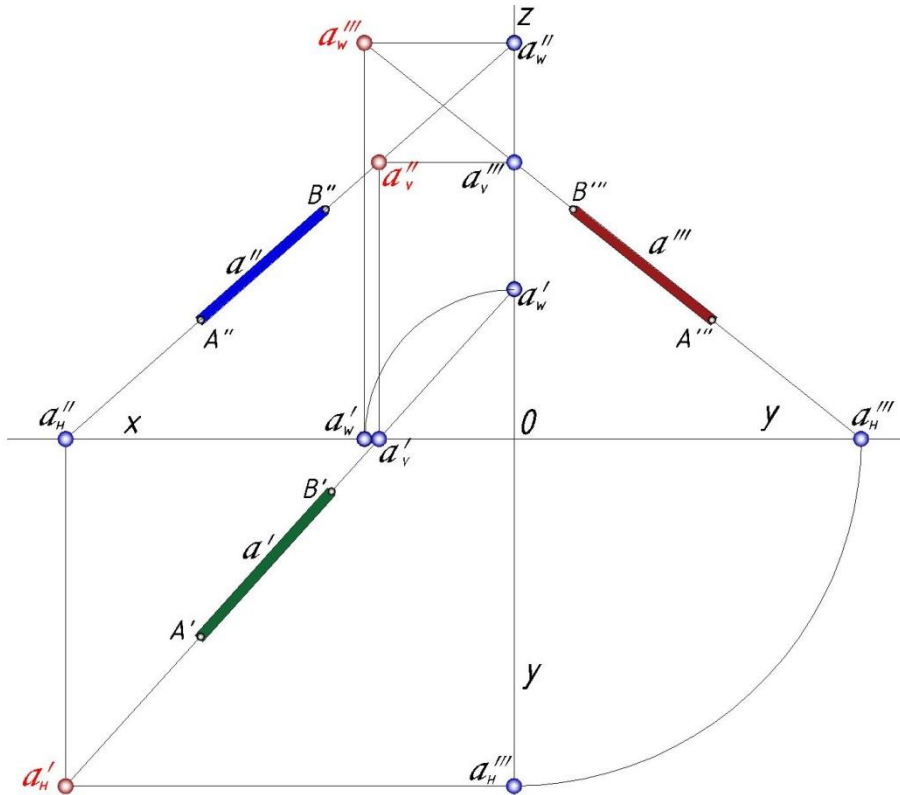


To'g'ri chiziqning izlari

To'g'ri chiziqning izi deb uning proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasiga aytiladi

Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq har bir proyeksiyalar tekisligida bittadan izga ega bo'ladi.

a to'g'ri chiziqning gorizontaal proyeksiyalar tekisligi bilan uchrashgan nuqtasiga uning **gorizontaal izi** deb ataladi va uni $a_H(a'_H, a''_H, a'''_H)$ nuqta bilan belgilanadi; To'g'ri chiziqning V tekislik bilan uchrashgan nuqtasiga uning **frontal izi** deb ataladi va uni $a_V(a'_V, a''_V, a'''_V)$ nuqta bilan belgilanadi. To'g'ri chiziqning W tekislik bilan uchrashgan nuqtasiga uning **profil izi** deb ataladi va uni $a_W(a'_W, a''_W, a'''_W)$ nuqta bilan belgilanadi.

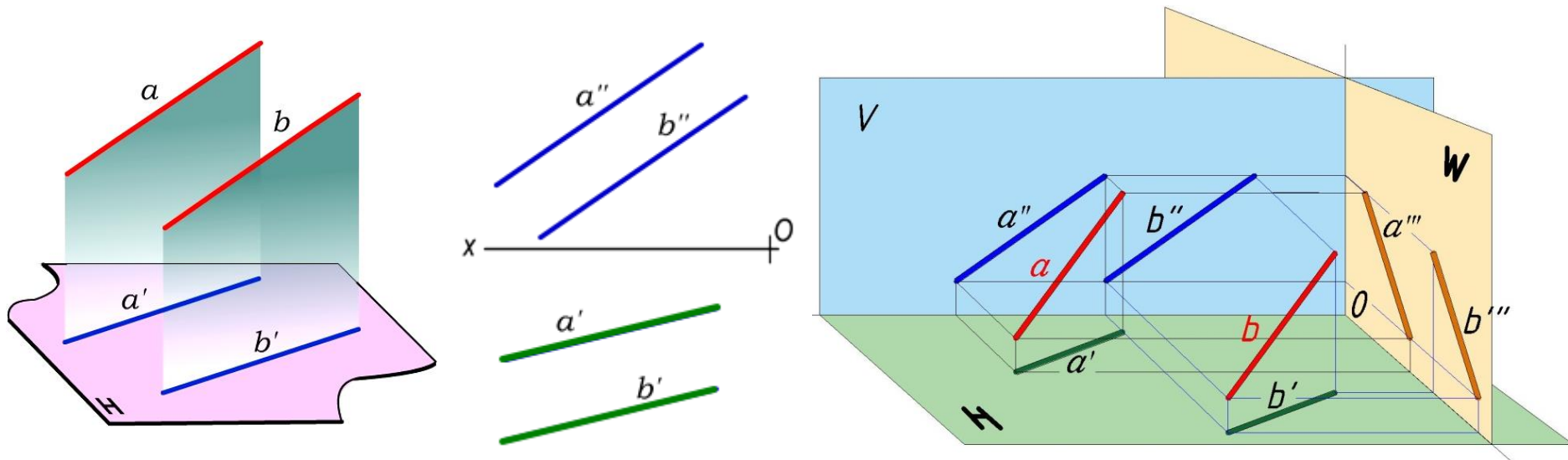


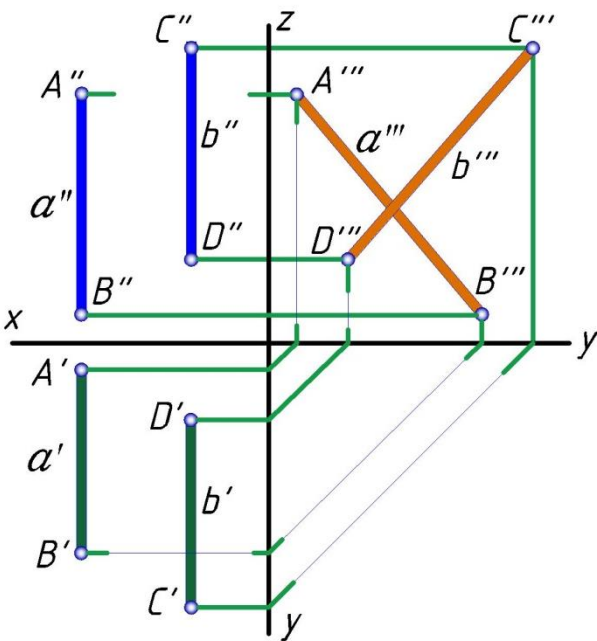
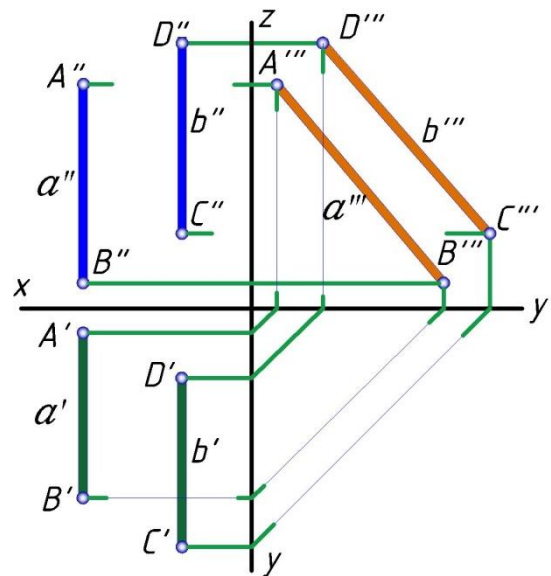
PARALLEL TO'G'RI CHIZIQLAR

Ta'rif. Agar ikki to'g'ri chiziqning kesishuv nuqtasi bo'lmasa (yoki umumiy xosmas nuqtaga ega bo'lsa), ularni **parallel to'g'ri chiziqlar** deyiladi.

Parallel proyeksiyalarning xossasiga asosan parallel to'g'ri chiziqlarning bir nomli proyeksiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi, ya'ni $a \parallel b$ bo'lsa, u holda $a'' \parallel b''$, $a''' \parallel b'''$ bo'ladi.

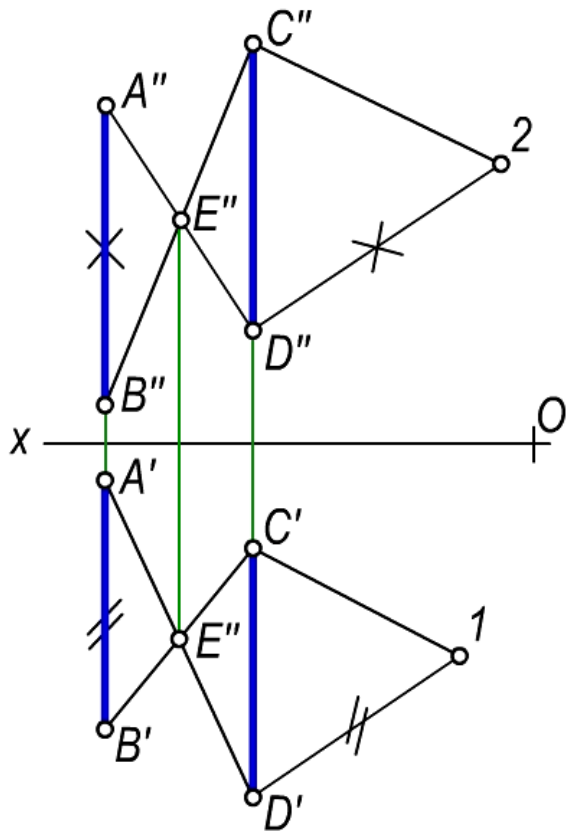
Fazodagi umumiy vaziyatda joylashgan parallel to'g'ri chiziqlarning ikkita bir nomli proyeksiyalari o'zaro parallel bo'lsa, ularning uchinchi proyeksiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi.





Ammo to'g'ri chiziqlar biror proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, u holda yuqorida keltirilgan shart bajarilmaydi. Masalan, W tekislikka parallel bo'lgan profil to'g'ri chiziq kesmalarning bir nomli gorizontal va frontal proyeksiyalari ($a'b'$ va $a''b''$) ning o'zaro parallel bo'lishi yetarli bo'lmaydi. Bunday hollarda to'g'ri chiziqlarning profil proyeksiyalarini yasash zarur. Bunda $a''' \parallel b'''$ bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladi. Agar $a''' \cap b'''$, bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar ayqash bo'ladi.

Shuningdek, bu to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyatini profil proyeksiyalaridan foydalanmasdan ham aniqlash mumkin.



to'g'ri chiziq kesmalarining bir nomli proyeksiyalarining nisbatlari tengligini aniqlaymiz. Kesmaning biror, masalan, D' , D'' nuqtasidan ixtiyoriy (o'tkir burchak ostida) parallel chiziqlar o'tkazib, $D'1=A'B'$ va $D''2=A''B''$ kesmalarni qo'yiladi. So'ngra 1 va 2 nuqtalarni C' va C'' bilan tutashtiramiz. Agar $C'1 \parallel C''2$ bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladi. Aks holda bu to'g'ri chiziqlar ayqash to'g'ri chiziqlar ekanligini isbotlanadi;

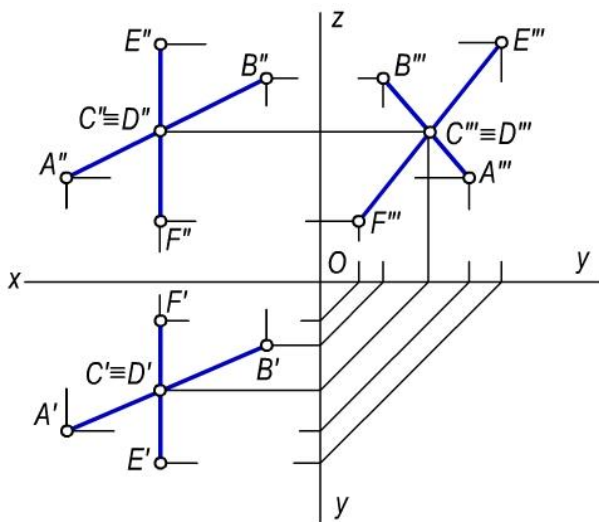
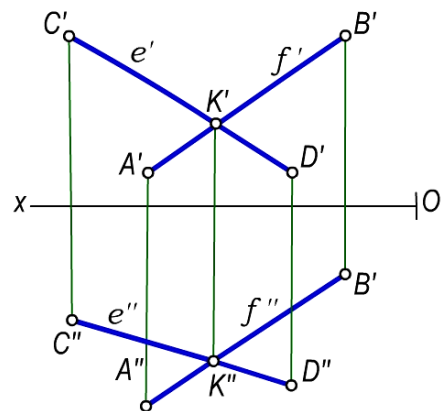
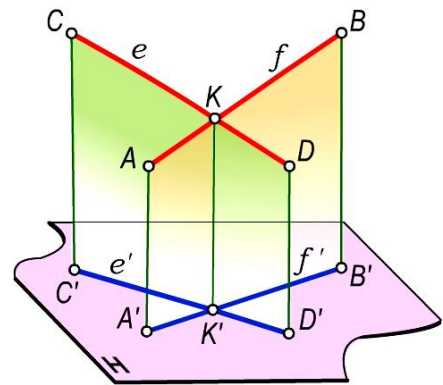
to'g'ri chiziq kesmalarining bir nomli nuqtalarini o'zaro kesishadigan qilib to'g'ri chiziqlar bilan tutashtiramiz. Agar chiziqlarning kesishish nuqtasining E' va E'' proyeksiyalari bir bog'lovchi chiziqda bo'lsa, u holda CD va AB to'g'ri chiziqlar bir tekislikka tegishli va o'zaro parallel bo'ladi.

Kesishuvchi to'g'ri chiziqlar

Ta'rif. Agar ikki to'g'ri chiziq fazoda umumiy bir (xos) nuqtaga ega bo'lsa, ularni **kesishuvchi to'g'ri chiziqlar** deyiladi.

Fazodagi to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtasining proyeksiyasi shu to'g'ri chiziqlar proyeksiyalarining kesishish nuqtasida bo'ladi (3.19-rasm). Kesishuvchi to'g'ri chiziqlarning bir nomli proyeksiyalari ham chizmada o'zaro kesishadi va kesishish nuqta proyeksiyalari bir proyeksion bog'lovchi chiziqda bo'ladi.

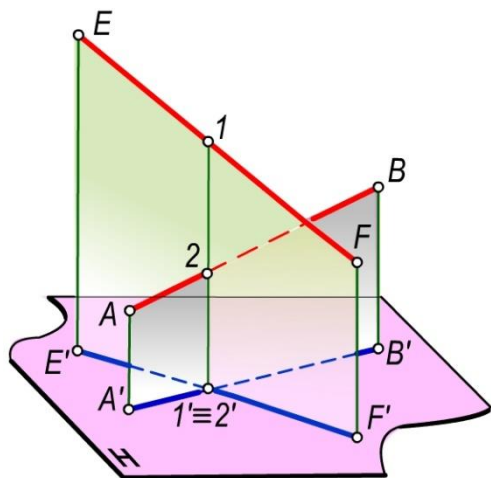
Fazoda umumiy vaziyatda kesishuvchi to'g'ri chiziqlar berilgan bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlarning faqat ikkita bir nomli proyeksiyalarining kesishishi kifoya qiladi.



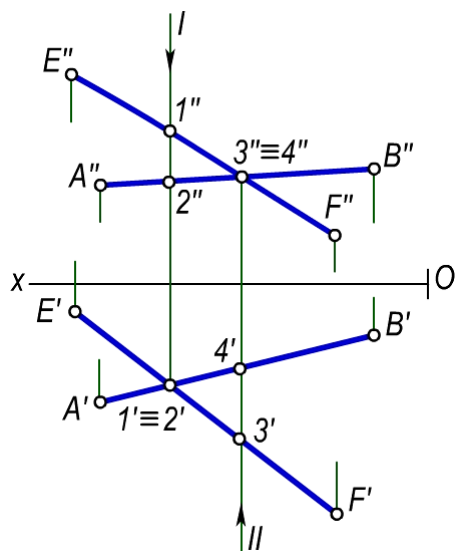
Agar kesishuvchi chiziqlarning biri proyeksiyalar tekisligining birortasiga parallel bo'lsa, u holda ularning ikkita bir nomli proyeksiyalarining o'zaro kesishuvi yetarli bo'lmaydi. Masalan, AB va EF to'g'ri chiziq kesmalarining biri EF kesma W tekislikka parallel joylashgan (3.19,v-rasm). Bu chiziqlarning o'zaro vaziyatini ularning profil proyeksiyalarini yasash bilan aniqlash mumkin. Agar kesishish nuqtasining proyeksiyalari bir bog'lovchi chiziqda joylashsa, bu to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishadi, aks holda to'g'ri chiziqlar kesishmaydi.

Ayqash to'g'ri chiziqlar

Ta'rif. Ikki to'g'ri chiziq o'zaro parallel bo'lmasa yoki kesishmasa ular **ayqash to'g'ri chiziqlar** deyiladi.



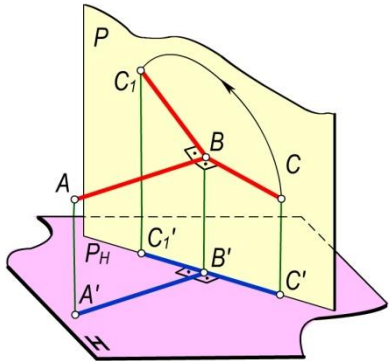
Ma'lumki, parallel va kesuvchi to'g'ri chiziqlar bitta tekislikka tegishli bo'ladi. Uchrashmas to'g'ri chiziqlar esa bir tekislikda. Uchrashmas to'g'ri chiziqlarning bir nomli proyeksiyalari chizmada o'zaro kesishsa ham, ammo kesishish nuqtalari bir bog'lovchi chiziqqa tegishli bo'lmaydi.



Masalan, rasmdagi $AB(A'B', A''B'')$ va $EF(E'F', E''F'')$ uchrashmas chiziqlar berilgan. Bu to'g'ri chiziqlar proyeksiyalarining $1' \equiv 2'$ va $3'' \equiv 4''$ kesishish nuqtalari fazoda bu to'g'ri chiziqlarning har biriga tegishli ikki nuqtaning proyeksiyalari bo'lmay, aksincha, $1 \in EF$, $2 \in AB$ va $3 \in EF$, $4 \in AB$ bo'ladi.

To'g'ri burchakning proyeksiyalanish xususiyatlari

Teorema. Agar to'g'ri burchakning bir tomoni tekislikka parallel bo'lib, ikkinchi tomoni bu tekislikka perpendikulyar bo'lmasa, mazkur to'g'ri burchak shu tekislikka haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi.



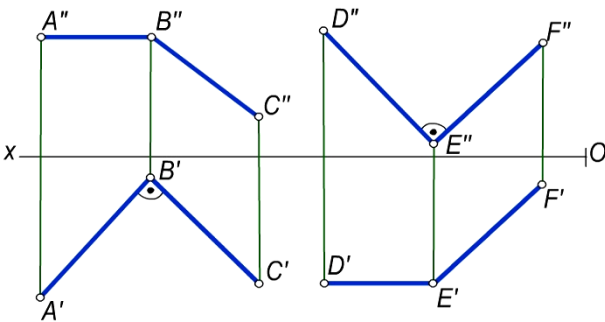
Bu teoremani isbotlash uchun 3.21,a-rasmdan foydalanamiz. Shakldagi $\angle ABC=90^\circ$ ga teng va uning ikki tomoni H tekislikka parallel vaziyatda joylashgan deb faraz qilamiz. Bu vaziyatda uning gorizontaal proyeksiyasining qiymati o'ziga teng bo'lib proyeksiyalanadi, ya'ni $\angle A'B'C'=90^\circ$ bo'ladi.

To'g'ri burchakning BC tomonidan H tekislikka perpendikulyar qilib P tekislik o'tkazamiz. U holda $AB \perp P$ bo'lib, $H \cap P = P_H$ hosil bo'ladi. Agar to'g'ri burchakning BC tomonini AB tomoni atrofida aylantirib, ixtiyoriy BC_1 vaziyatga keltirsak ham uning bu tomonining proyeksiyasi P_H bilan ustma-ust tushadi. Shunga ko'ra $\angle ABC_1 = \angle A'B'C' = 90^\circ$ bo'ladi. Demak:

$\angle ABC=90^\circ$ bo'lib, $AB \parallel H$ va $BC \parallel H$ bo'lsa, $\angle A'B'C'=90^\circ$ bo'ladi.

Chizmada $\angle ABC$ ($AB \parallel H$) va $\angle DEF$ ($DE \parallel V$) to'g'ri burchaklarning tasvirlanishi 3.21,b va 3.21,v-rasmlarda keltirilgan.

To'g'ri burchakning proyeksiyalanish xususiyatidan chizma geometriyada metrik masalalarni yechishda keng foydalanadi.

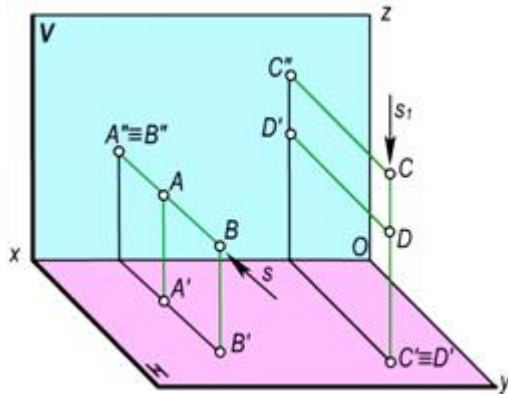


Chizmalarda ko‘rinishlikni aniqlash

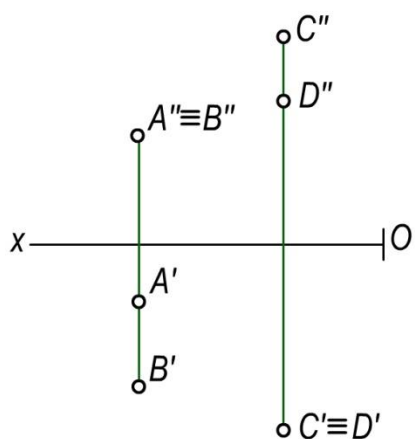
Geometrik shakllarning kuzatuvchiga nisbatan chizmada ko‘rinishligi konkurent nuqtalardan foydalanib aniqlanadi.

Ta’rif. Bitta proyeksiyalovchi nurda (to‘g‘ri chiziqda) joylashgan nuqtalar **konkurent nuqtalar** deyiladi.

Agar kuzatuvchi proyeksiyalovchi nur yo‘nalishida konkurent nuqtalarga qarasa, u o‘ziga yaqin bo‘lgan nuqtani yoki proyeksiyalar tekisligidan uzoqroq joylashgan nuqtani ko‘radi.



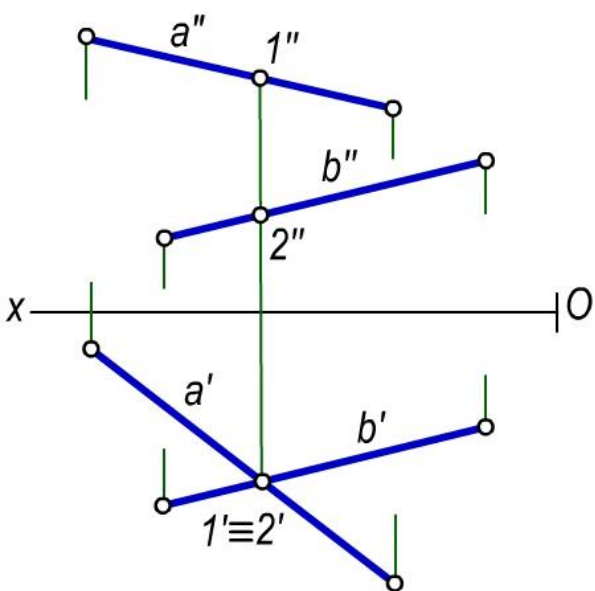
rasmda berilgan bir proyeksiyalovchi nurda joylashgan va V ga nisbatan konkurent bo‘lgan A va B nuqtalarga s yo‘nalish bo‘yicha qaralganda, kuzatuvchiga yaqin bo‘lgan yoki V tekislikdan uzoqroq joylashgan B nuqta ko‘rinadi. Shuningdek, H ga nisbatan konkurent bo‘lgan C va D nuqtalarga s_1 yo‘nalish bo‘yicha qaralsa, H tekislikdan uzoqroq joylashgan C nuqta ko‘rinadi.



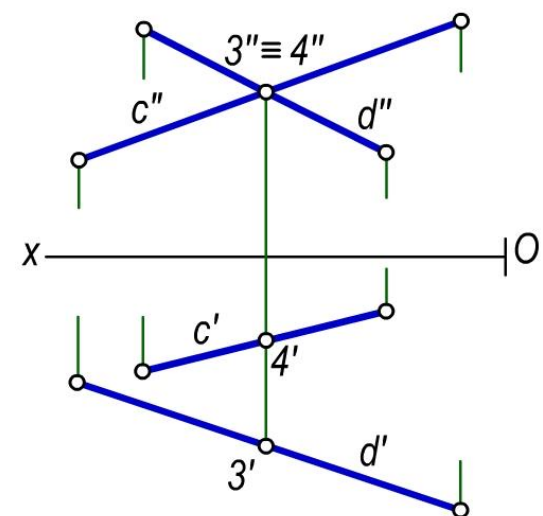
Chizmada konkurent nuqtalarning ko‘rinishligini ularning koordinatalari orqali aniqlash ham mumkin. Konkurent nuqtalarning H tekislikka nisbatan ko‘rinishligi z applikatasi, V tekislikka nisbatan y ordinatasi va W tekislikka nisbatan x absissasi aniqlaydi.

H tekislikka nisbatan applikatasi eng katta bo‘lgan konkurent nuqta kuzatuvchiga ko‘rinadi.

$a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ uchrashmas to'g'ri chiziqlar berilgan. Bu to'g'ri chiziqlar gorizontal proyeksiyalarning o'zaro kesishgan va H ga nisbatan konkurent bo'lgan nuqtalari $1' \equiv 2'$ ustma-ust proyeksiyalangan. Bu nuqtalardan qaysi birini ko'rinishligini aniqlash uchun ularning gorizontal proyeksiyasidan proyeksiyalovchi chiziq o'tkazib, to'g'ri chiziqlarning frontal a'' va b'' proyeksiyalarida $1''$ va $2''$ nuqtalar belgilanadi va $z_1 > z_2$ ekanligi aniqlanadi. Natijada, a chiziqqa tegishli 1 nuqta kuzatuvchiga ko'rinadi, b chiziqqa tegishli 2 nuqta esa uning ostida bo'ladi. Demak, $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqlarga yuqoridan qaraganda a to'g'ri chiziq b to'g'ri chiziqqa nisbatan kuzatuvchiga yaqin joylashgan.



rasmda ham $c(c', c'')$ va $d(d', d'')$ chiziqlarni V ga nisbatan qaraganda $y_3 > y_4$ bo'lgani uchun 3 nuqta kuzatuvchiga ko'rinadi. Shuning uchun $c(c', c'')$ va $d(d', d'')$ to'g'ri chiziqlarga oldidan qaraganimizda d to'g'ri chiziq c to'g'ri chiziqqa nisbatan kuzatuvchiga yaqinroq joylashgan.



Keyingi darsga nazorat savollari

1. To'g'ri chiziqning proyeksiyalari qanday hosil bo'ladi?
2. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq nima?
3. Qanday xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlarni bilasiz?
4. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligi qanday yasaladi?
5. O'zaro parallel to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalari qanday bo'ladi?
6. Kesishuvchi va ayqash to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalari birbiridan qanday farqlanadi?
7. To'g'ri burchakning proyeksiyalanishi haqidagi teoremani tushuntirib bering.
8. Ko'rinishlikni aniqlashda konkurent nuqtalardan qanday foydalaniladi?